

Goniometria e trigonometria

Es_2)(m)

2.1 Considerata la misura in gradi sessagesimali $\left(\frac{1111}{90}\right)^\circ$ dell'angolo α , esprimerla nella forma

normale: $^\circ \text{ --- } ' \text{ --- } ''$ (gradi, primi, secondi)

2.2 Considerati i due angoli $\alpha = 20^\circ 30' 18''$, $\beta = 30^\circ 42' 25''$, calcolare l'ampiezza dell'angolo

$$\gamma = \frac{4}{3}\alpha + \frac{7}{5}\beta$$

2.3 Nel triangolo ABC è noto che l'angolo ABC misura 60° , che l'altezza relativa al lato BC misura $9\sqrt{3}\text{cm}$ e che l'area misura $\frac{81}{2}(\sqrt{3}+3)\text{cm}^2$. Determinare le misure dei lati e le ampiezze degli angoli del triangolo.

Soluzione

2.1 Per esprimere la misura dell'angolo nella forma richiesta è necessario determinare il quoziente intero della divisione 1111:90, quindi moltiplicare la parte decimale residua per

60 per ottenere i primi....Di seguito è riportato lo sviluppo delle operazioni. $\left(\frac{1111}{90}\right)^\circ$

$$= 12^\circ \left(\frac{31}{90}\right)^\circ = 12^\circ \left(\frac{31}{90} \cdot 60\right)' = 12^\circ 20' \left(\frac{2}{3}\right)' = 12^\circ 20' \left(\frac{2}{3} \cdot 60\right)'' = 12^\circ 20' 40''$$

2.2 Eseguiamo le operazioni per calcolare successivamente $\frac{4}{3}\alpha$ e $\frac{7}{5}\beta$ a partire dai valori noti.

$$\alpha = 20^\circ 30' 18'' \Rightarrow 4\alpha = 82^\circ 1' 12'' \Rightarrow \frac{4}{3}\alpha = 27^\circ 20' 24''$$

$$\beta = 30^\circ 42' 25'' \Rightarrow 7\beta = 214^\circ 56' 55'' \Rightarrow \frac{7}{5}\beta = 42^\circ 59' 23''$$

Possiamo ora scrivere

$$\gamma = \frac{4}{3}\alpha + \frac{7}{5}\beta = 27^\circ 20' 24'' + 42^\circ 59' 23'' = 70^\circ 19' 47''$$

2.3 Facciamo riferimento al triangolo ABC riportato a lato, nel quale AH è l'altezza relativa al lato BC. Dalle informazioni note possiamo determinare le misure di AB e HB. Otteniamo:

$$\overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ} = \frac{9\sqrt{3}\text{cm}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot 2 = 18\text{cm}$$

$$\overline{HB} = \frac{\overline{AB}}{2} = 9\text{cm}$$

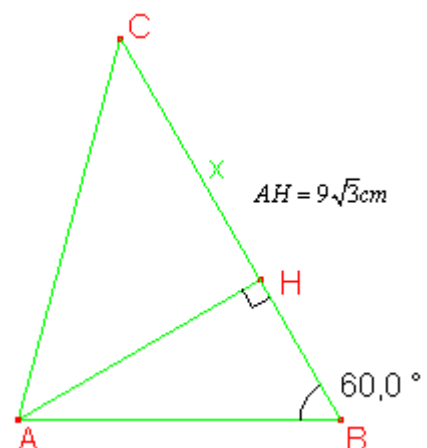
Poniamo $\overline{HC} = x(\text{cm})$ e quindi

$$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = (9 + x)\text{cm}$$

Per trovare il valore dell'incognita sfruttiamo l'informazione sull'area del triangolo ABC.

$$\text{Area}(ABC) = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{AH}}{2} = \frac{(9 + x) \cdot 9\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2;$$

uguagliamo quest'espressione al valore noto ed otteniamo l'equazione



$$\frac{(9+x) \cdot 9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 = \frac{81}{2} (\sqrt{3}+3) \text{ cm}^2 \Rightarrow x = 9\sqrt{3} \text{ cm}$$

Scopriamo così che HC ed AH sono congruenti e dunque che il triangolo AHC è rettangolo isoscele in H. Possiamo perciò affermare che:

$$\overline{AC} = \overline{AH} \cdot \sqrt{2} = 9\sqrt{6} \text{ cm};$$

$$\angle ACH = 45^\circ, \angle CAH = 45^\circ \text{ e poich\'e } \angle BAH = 30^\circ \Rightarrow \angle BAC = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ;$$

$$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = 9(1+\sqrt{3}) \text{ cm}$$

Il problema a questo punto è risolto.