Trigonometria

Triangolo isoscele e semicirconferenza

Problema

Sia ABC un triangolo isoscele sulla base BC con il lato AC di misura $2l$ ed avente gli angoli adiacenti alla base BC di 30°. Tracciata la semicirconferenza di diametro AC che interseca BC in H, scegliere sull'arco AH un punto P in modo che sia soddisfatta la relazione $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = \left(10 - 4\sqrt{3}\right)l^2$.

Risposta - L'ampiezza dell'angolo ACP deve essere di 15°.

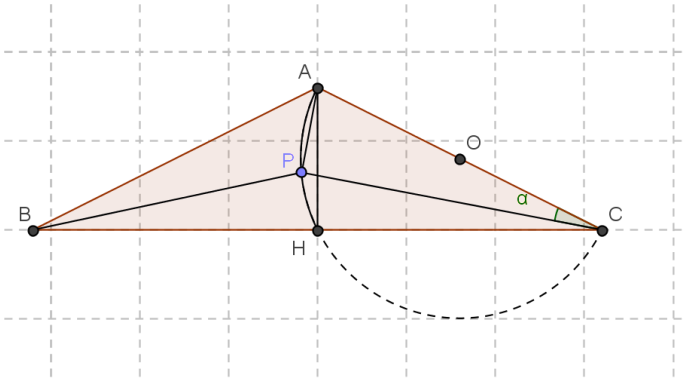
Soluzione

Analisi del problema e strategia risolutiva

a) Il triangolo AHC è inscritto nella semicirconferenza di diametro AC perciò l'angolo in H è retto, quindi AH è …
b) Indicando con α l'ampiezza dell'angolo ACP, al variare di P sull'arco AH risulta $0° \le \alpha \le 30°$. …
c) Facendo riferimento al triangolo rettangolo APC si possono determinare le misure delle corde AP, PC; dal triangolo BCP si determina la misura $\overline{BP}^2$ applicando il teorema del coseno…

Elaborazioni

Facciamo riferimento alla figura a lato



1) …
2) …
3) …
4) Applichiamo il **teorema del coseno** al triangolo BPC …
5) Relazione da studiare

$$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = \left(10 - 4\sqrt{3}\right)l^2 \rightarrow \ldots 2sen^2\alpha - 2\sqrt{3}\cos\alpha sen\alpha - 4\cos^2\alpha + 1 + 2\sqrt{3} = 0 \rightarrow \ldots$$

$$\alpha = arctg\left(2 - \sqrt{3}\right) = 15°$$