

Quattro triangoli equiestesi

Problema

Sia ABC un triangolo qualsiasi. Costruire sui lati del triangolo, esternamente al triangolo, i quadrati aventi per lati i lati del triangolo, quindi unire i vertici dei tre quadrati individuando l'esagono convesso contenente il triangolo ABC e i tre quadrati. L'esagono è composto dall'unione del triangolo ABC, dai tre quadrati e da altri tre triangoli T_1 , T_2 , T_3 , ciascuno dei quali ha uno dei suoi vertici coincidente con un vertice di ABC. Dimostrare che i triangoli T_1 , T_2 , T_3 , sono equiestesi al triangolo ABC.

Soluzione

Prima dimostrazione (applicazione della trigonometria)

La figura di riferimento è in Figura 1.

- 1) L'esagono ottenuto congiungendo come indicato i vertici dei quadrati costruiti sui lati del triangolo ABC è formato dall'unione dei quadrati ABED, BCGF, ACHI, con il triangolo di partenza ABC e i triangoli AID, CGH, BEF. Si deve dimostrare che i triangoli ABC, AID, CGH, BEF sono equiestesi.
- 2) Osserviamo che l'angolo DAI del triangolo esterno AID è supplementare dell'angolo nel vertice A del triangolo ABC. ...
- 3) ...
- 4) Ricordiamo che l'area di un triangolo qualsiasi si può ottenere come il semiprodotto delle misure di due suoi lati per il seno dell'angolo compreso tra gli stessi. ...

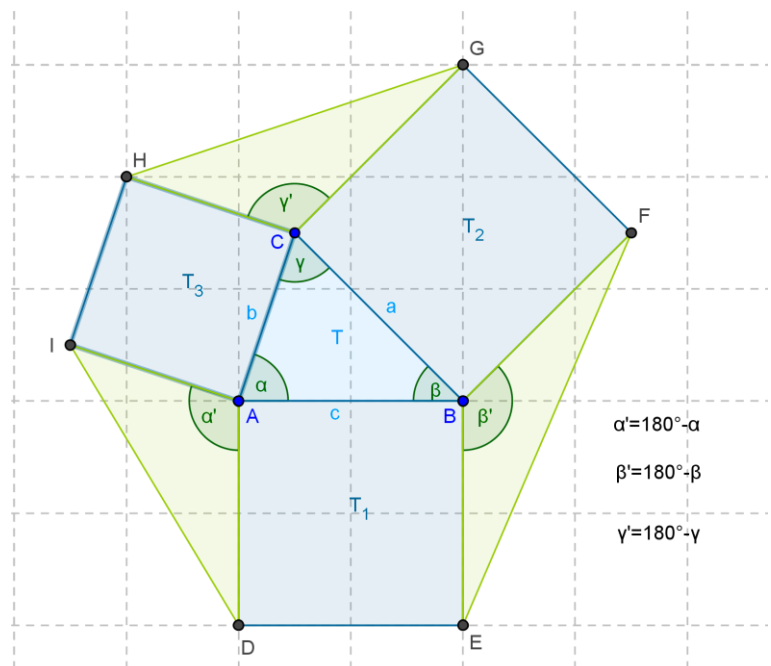


Figura 1

Figura 2

Il triangolo ABC è rettangolo isoscele con l'angolo retto nel vertice C.

Figura 3

Il triangolo ABC è rettangolo con l'angolo retto nel vertice A.

Seconda dimostrazione (applicazione di una proprietà dei triangoli sull'equiestensione)

Facciamo riferimento alla Figura 4.

...

Premessa

Ricordiamo la seguente proprietà dei triangoli:

- 1) “ un triangolo qualsiasi è equiesteso ad un parallelogramma avente per base un lato del triangolo e per altezza metà dell’altezza del triangolo relativa al lato considerato”.
- 2) ...
- 3) ...

Vogliamo provare che i triangoli ABC, ADI sono equiestesi

- a) ...
- b) ...
- c) ...

Osservazione sulla Figura 4

...

... (Figura 5)

...(Figura 6).

Figura 5

Il triangolo ABC è rettangolo con l’angolo retto nel vertice A.
In questo caso coincidono le rette q ed s, e le rette r e t, nonché i punti J e K con A. ...

Figura 6

Il triangolo ABC è ottusangolo con l’angolo ottuso nel vertice A.
L’altezza CK relativa ad AB è esterna al triangolo. ...

...

La dimostrazione dell’equiestensione dei triangoli ABC, AID, BEF, CGH, è acquisita.