Oggi, mercoledì 14 gennaio 2015, il Presidente della Repubblica Giorgio Napolitano ha lasciato l'incarico di Presidente della Repubblica.
Grazie Presidente per tutto quello che ha fatto per gli Italiani.

TRIGONOMETRIA

Applicata al triangolo rettangolo

Problema

Nel triangolo rettangolo ABC, rettangolo in B, l'ipotenusa AC=20cm e il cateto BC=10cm. Sia AM la mediana relativa al lato BC.

Quesiti

1) Determinare le ampiezze degli angoli acuti nei vertici A e C del triangolo ABC.
2) Determinare la misura della mediana AM.
3) Calcolare le tangenti goniometriche dei due angoli in cui la mediana AM divide l'angolo BAC e le ampiezze di detti angoli.

Soluzione

Facciamo riferimento alla Figura 1.

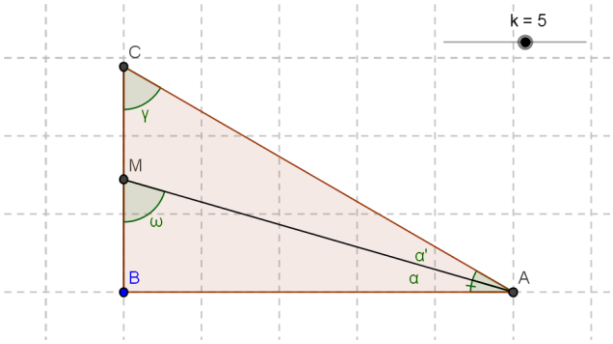


Figura 1

1) Per determinare le ampiezze degli angoli acuti nei vertici A e C possiamo sfruttare la nota relazione

$\cos\gamma = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{10cm}{20cm} = \frac{1}{2}$, da cui γ=60° e quindi l'angolo nel vertice A, complementare di quello nel vertice C, ha ampiezza 30°.

2) Per la misura della mediana AM facciamo riferimento al triangolo rettangolo ABM. Sappiamo già che BM=BC/2=5cm. Troviamo la misura di AB applicando il teorema di Pitagora al triangolo ABC e successivamente, applicando ancora il teorema di Pitagora al triangolo AMB, determineremo AM.

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{20^2 - 10^2}cm = 10\sqrt{3}cm$$

$$\overline{AM} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BM}^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{3}\right)^2 + 5^2}cm = \sqrt{325}cm = 5\sqrt{13}cm$$

3) Indichiamo con α e α' rispettivamente gli angoli MAB, CAM.

Calcolo della tangente dell'angolo $\alpha = MAB$

Si ha $tg\alpha = \frac{\overline{BM}}{\overline{AB}} = \frac{5cm}{10\sqrt{3}cm} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Calcolo della tangente dell'angolo $\alpha' = CAM$

Osserviamo che $\alpha' = 30° - \alpha$, quindi possiamo scrivere

$$tg\alpha' = tg(30° - \alpha) = \frac{tg30° - tg\alpha}{1 + tg30° \cdot tg\alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

Ampiezze degli angoli

$$\alpha = arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right) \approx 16°6'7,6''; \qquad \alpha' = arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{7}\right) \approx 13°53'52,4''$$

Riportiamo di seguito l'immagine del triangolo con l'indicazione delle ampiezze di alcuni angoli.

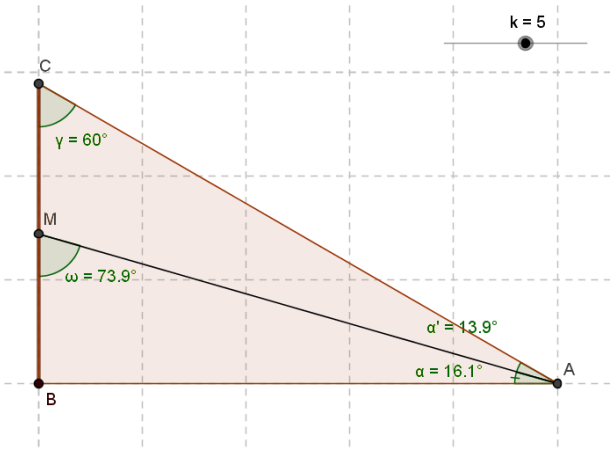


Figura 2- Si noti che ω=γ+α' (secondo teorema dell'angolo esterno in un triangolo)