Trigonometria

Problemi sui triangoli

Problema_1

In un triangolo isoscele la base misura 4m e il seno di uno degli angoli alla base è 2/5. Calcolare perimetro e area del triangolo.

Risoluzione

Sia ABC il triangolo isoscele su AB, con $BAC = \alpha$, quindi $sen\alpha = \frac{2}{5}$ e $\overline{AB} = 4m$ (Figura 1). Consideriamo l'altezza CH relativa ad AB. CH è anche mediana perché ABC è isoscele su AB.

Calcolo del perimetro

Si ha $\overline{AH} = \overline{AC} \cdot \cos\alpha$ e $\overline{CH} = \overline{AC} \cdot sen\alpha$.

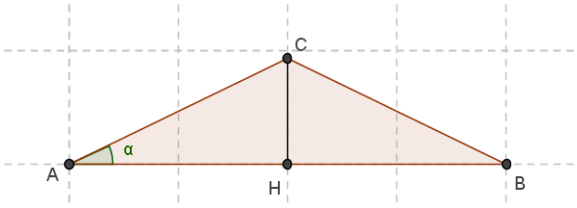

Figura 1

Poiché $\cos\alpha = \sqrt{1 - sen^2\alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{21}}{5}$ si ha

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\cos\alpha} = \overline{AH} \cdot \frac{5}{\sqrt{21}} = \frac{10}{\sqrt{21}} m\,; \quad \overline{CH} = \frac{10}{\sqrt{21}} m \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{\sqrt{21}} m$$

$$Perim(ABC) = \overline{AB} + 2\overline{AC} = \left(4 + 2 \cdot \frac{10}{\sqrt{21}}\right) m = \frac{4}{21}\left(21 + 5\sqrt{21}\right) m$$

Calcolo dell'area

$$Area(ABC) = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{CH} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{4}{\sqrt{21}} m^2 = \frac{8\sqrt{21}}{21} m^2$$

*** ***

Problema_2

Nel triangolo ABC la bisettrice BD misura 25cm e gli angoli interni nei vertici A e B hanno ampiezze rispettivamente 30° e 50°. Trovare le misure dei lati del triangolo.

Risoluzione

In riferimento al triangolo ABC di Figura 2, sappiamo che $A=30°$, $ABD=25°=CBD$, $BCD=100°$ e $\overline{BD}=25cm$.

Applichiamo il **teorema dei seni** ai triangoli ABD, BCD.

$\frac{\overline{AD}}{sen25°}=\frac{\overline{BD}}{sen30°}$, da cui $\overline{AD}=\frac{25cm}{sen30°}\cdot sen25°\approx 21{,}13cm$

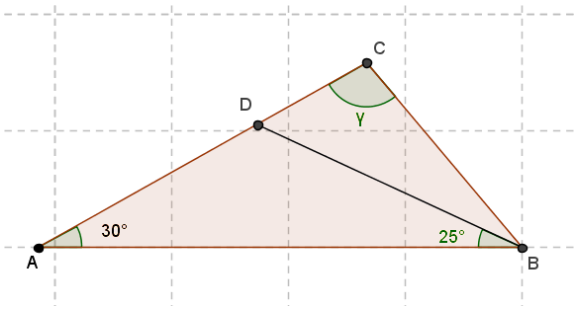

Figura 2

$\frac{\overline{CD}}{sen25°}=\frac{\overline{BD}}{sen100°}$, da cui da cui $\overline{CD}=\frac{25cm}{sen100°}\cdot sen25°\approx 10{,}73cm$

Dunque **il lato AC misura** $\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{CD}\approx(21{,}13+10{,}73)cm=31{,}86cm$

Applicando ancora il teorema dei seni al triangolo ABC possiamo calcolare le misure dei due lati AB, BC.

Si ha:

$\frac{\overline{AB}}{sen100°}=\frac{\overline{AC}}{sen50°}$, da cui $\overline{AB}\approx\frac{31{,}86cm}{sen50°}\cdot sen100°\approx 40{,}96cm$;

$\frac{\overline{BC}}{sen30°}=\frac{\overline{AC}}{sen50°}$, da cui $\overline{BC}\approx\frac{31{,}86cm}{sen50°}\cdot sen30°\approx 20{,}80cm$