

Sistema di due equazioni goniometriche⁽¹⁾

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(x+y) = \operatorname{tg} x \\ \operatorname{sen} x - \cos y = 0 \end{cases}$$

Trovare le soluzioni del sistema e rappresentarle nel piano cartesiano.

Soluzione

Prima equazione del sistema

$$\operatorname{tg} x + y = \operatorname{tg} x \rightarrow x + y = x + k\pi, k \in \mathbb{Z} \wedge \left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right), \text{ quindi}$$

$$y = k\pi, k \in \mathbb{Z} \wedge \left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$$

L'equazione è soddisfatta dalle coppie di numeri reali (x;y) nelle quali x può assumere qualsiasi valore diverso da $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, mentre y deve essere uguale a $k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Sia S_1 l'insieme delle soluzioni trovate.

Seconda equazione

$$\operatorname{sen} x - \cos y = 0 \rightarrow \operatorname{sen} x = \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{2} - y \right) \rightarrow \left(x = \frac{\pi}{2} - y + 2h\pi \right) \vee \left(x = \pi - \frac{\pi}{2} + y + 2h\pi \right), h \in \mathbb{Z}$$

...

Insieme delle soluzioni del sistema

....

Esistono soluzioni del sistema? Proveremo che la risposta è negativa.

Osserviamo che:

1) per le coppie (x;y) per le quali si verificano le due condizioni

$$y = k\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ (affinché sia soddisfatta la prima equazione);}$$

$$y = -x + \frac{\pi}{2} + 2h\pi, h \in \mathbb{Z} \text{ (questa è una delle due possibilità che si hanno,...)}$$

Concludiamo che il sistema di equazioni esaminato non ammette soluzioni.

Un aiuto dalla grafica

Riportiamo di seguito un grafico accurato nel quale si possono tenere sott'occhio alcune delle rette dei diversi insiemi di soluzioni discussi, nonché alcune rette che contengono punti (x;y) che non appartengono al dominio di definizione del sistema di equazioni in esame.

Nel piano cartesiano ...

⁽¹⁾ Esercizio proposto nel compito in classe M3_4I_28-02-11