Sulle trasformazioni geometriche nel piano cartesiano

Applicazione della glissosimmetria all'ellisse

Problema

Nel piano riferito ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonali xOy si considerino la retta *a*:x-y+1=0, il vettore $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ e l'ellisse $\gamma : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Risolvere i quesiti che seguono.

1) Scrivere le equazioni della traslazione τ definita dal vettore $\vec{u}$.
2) Determinare le equazioni della simmetria assiale σ_a avente per asse la retta *a*.
3) Determinare le equazioni cartesiane della trasformazione composta $\sigma_a \circ \tau$ (glissosimmetria).
4) Determinare i punti comuni all'ellisse e alla retta *a* e rappresentarle nel riferimento cartesiano.
5) Determinare l'equazione dell'ellisse $\gamma' = \tau(\gamma)$ e dell'ellisse $\gamma'' = \sigma_a(\gamma')$. Verificare che l'ellisse γ'' coincide con l'ellisse $(\sigma_a \circ \tau)(\gamma)$.
6) Determinare le equazioni della trasformazione $\tau \circ \sigma_a$, nonché l'equazione della curva trasformata $(\tau \circ \sigma_a)(\gamma)$ e confrontarla con la curva γ''.
7) Rappresentare in un'unica figura tutti gli elementi geometrici elaborati.