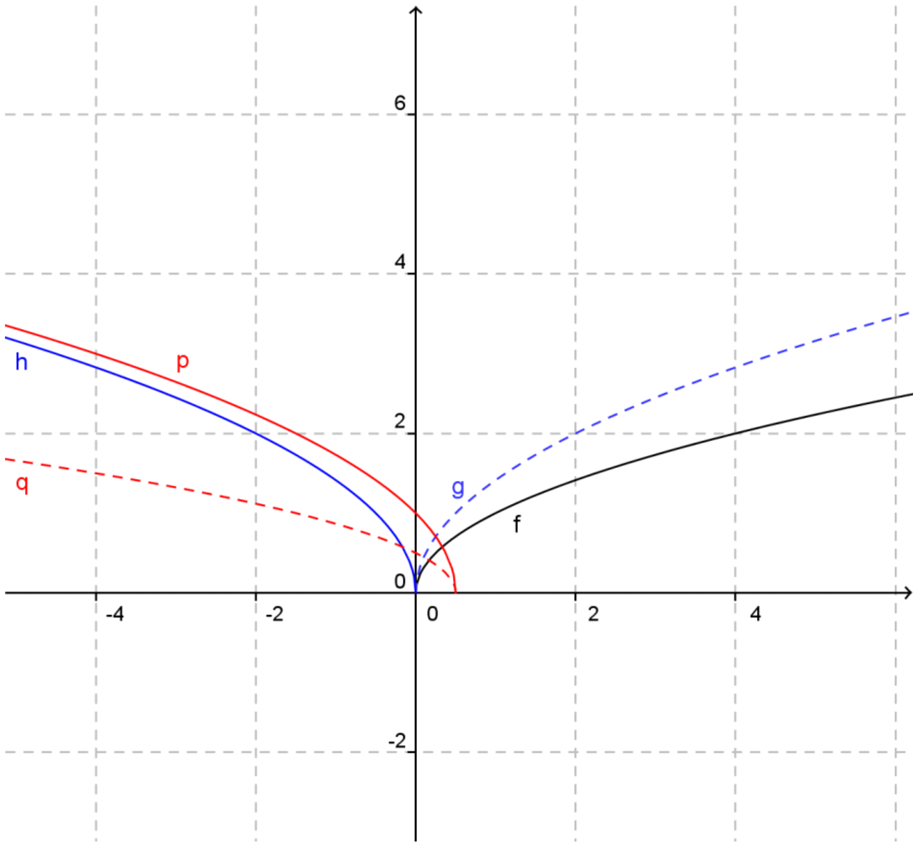
Applicazione di più trasformazioni

al grafico della funzione $f(x)=\sqrt{x}$

Rappresentare la curva di equazione $y=\frac{1}{2}\sqrt{1-2x}$ procedendo per gradi a partire dalla curva $\lambda_1: y=\sqrt{x}$ e utilizzando opportune trasformazioni.

Riportiamo la figura ottenuta con la rappresentazione di cinque diverse curve.



Le curve rappresentate in sequenza sono:

1) $\lambda_1: y=f(x)=\sqrt{x}$

2) $\lambda_2: y=g(x)=\sqrt{2x}$ Questa curva è la trasformata della curva λ_1 secondo la dilatazione τ_1 lungo l'asse x definita come segue

$\tau_1:(x;y)\to(x';y')$, $\begin{cases} x'=\frac{1}{2}x \\ y'=y \end{cases}$ Operativamente si sostituisce x con $2x'$, y con y' e si eliminano successivamente gli apici.

Algoritmo applicato

$\lambda_1: y=\sqrt{x} \xrightarrow{\tau_1} \lambda_2=\tau_1(\lambda_1): y'=\sqrt{2x'}$, da cui $\lambda_2: y=\sqrt{2x}$

3) $\lambda_3 : y = h(x) = \sqrt{-2x}$ Questa curva è la simmetrica di $\lambda_2 : y = g(x) = \sqrt{2x}$ rispetto all'asse delle ordinate. La trasformazione applicata a λ_2 è la simmetria rispetto all'asse y

$\tau_2 : (x;y) \to (x';y')$, le cui equazioni sono $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$

Algoritmo applicato

$\lambda_2 : y = \sqrt{2x} \xrightarrow{\tau_2} \lambda_3 = \tau_2(\lambda_2) : y' = \sqrt{-2x'}$ ed eliminando gli apici si ottiene l'equazione indicata.

4) $\lambda_4 : y = p(x) = \sqrt{1-2x}$ Questa curva è la trasformata di $\lambda_3 : y = h(x) = \sqrt{-2x}$ ottenuta applicando la traslazione lungo l'asse x definita dal vettore

$\tau_3 : (x;y) \to (x';y')$, con $\begin{cases} x' = \frac{1}{2} + x \\ y' = y \end{cases}$.

Algoritmo applicato

$\lambda_3 : y = \sqrt{-2x} \xrightarrow{\tau_3} \lambda_4 = \tau_3(\lambda_3) : y' = \sqrt{-2\left(-\frac{1}{2} + x'\right)}$, da cui, dopo aver eliminato gli apici, si ottiene $\lambda_4 : y = \sqrt{1-2x}$.

5) $\lambda_5 : y = q(x) = \frac{1}{2}\sqrt{1-2x}$ Questa curva è la trasformata della curva $\lambda_4 : y = p(x) = \sqrt{1-2x}$ tramite la dilatazione lungo l'asse y

$\tau_4 : (x;y) \to (x';y')$, con $\begin{cases} x' = x \\ y' = \frac{1}{2}y \end{cases}$.

Algoritmo applicato

$\lambda_4 : y = \sqrt{1-2x} \xrightarrow{\tau_4} \lambda_5 = \tau_4(\lambda_4) : 2y' = \sqrt{1-2x'}$, da cui, dopo aver eliminato gli apici si perviene all'equazione

$\lambda_5 : y = \frac{1}{2}\sqrt{1-2x}$