

Sull'ellisse

Applicazione delle dilatazioni

Nel piano cartesiano xOy si consideri l'equazione parametrica

$$E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3a^2} = 1 \text{ e si risolvano i seguenti quesiti.}$$

- 1) Determinare il valore a^2 per il quale l'equazione rappresenta un'ellisse γ avente inscritto il rettangolo ABCD, con A nel primo quadrante, B nel secondo, C nel terzo e tale che $AD = \sqrt{3}AB$ e l'area del rettangolo misuri $32\sqrt{3}$.
- 2) Determinare le coordinate dei vertici del rettangolo ABCD, i vertici dell'ellisse ed il valore dell'eccentricità.
- 3) Determinare le equazioni della dilatazione δ avente centro nell'origine degli assi che trasforma la circonferenza λ di raggio unitario e centro nell'origine O nell'ellisse γ . Riconoscere che la dilatazione δ trasforma la bisettrice del primo e terzo quadrante nella retta della diagonale AC e la bisettrice del secondo e quarto quadrante nella retta della diagonale BD.
- 4) Sfruttando le proprietà della trasformazione δ calcolare l'area del triangolo mistilineo OAB formato dall'unione del triangolo isoscele OAB con il segmento ellittico delimitato dalla corda AB e dal minore dei due archi dell'ellisse di estremi A, B.
- 5) Realizzare una figura riepilogativa contenente tutti gli elementi geometrici elaborati.