

Geometria dello spazio

Problemi⁽¹⁾ sul calcolo di aree di superfici e di volumi di solidi.

Problema1- Un prisma regolare a base esagonale ed un cubo hanno lo stesso volume (i solidi sono equiestesi). L'area della base del prisma è 36 cm^2 e lo spigolo del cubo misura 6 cm . Calcolare la misura dell'altezza del prisma.

Problema2 - L'area della superficie totale di un cubo misura 3750 cm^2 . Calcolare l'area della superficie totale di un parallelepipedo rettangolo il cui volume è pari ai $4/5$ di quello del cubo sapendo che le dimensioni della base del parallelepipedo misurano 40 cm e 25 cm .

Elaborazioni

Problema1

Il cubo e il prisma hanno lo stesso volume. Poiché il volume del cubo è dato dal cubo della misura dello spigolo e il volume del prisma è dato dal prodotto dell'area di base per l'altezza, si può determinare l'altezza del prisma facendo il rapporto tra il volume del cubo, che è anche il volume del prisma, e l'area di base del prisma.

In simboli

$$\text{Volume(Cubo)}=l^3; \quad \text{Volume(Prisma)}=\text{AreaBase}_{\text{Prisma}} \cdot \text{altezza}_{\text{Prisma}} = \text{AreaBase}_{\text{Prisma}} \cdot h_{\text{Prisma}}$$

$$\text{Volume(Cubo)}= \text{Volume(Prisma)} \rightarrow l^3 = \text{AreaBase}_{\text{Prisma}} \cdot h_{\text{Prisma}},$$

quindi risulta:

$$h_{\text{Prisma}} = \frac{\text{Volume}_{\text{Cubo}}}{\text{AreaBase}_{\text{Prisma}}} = \frac{(6\text{cm})^3}{36\text{cm}^2} = \frac{6 \cdot 36\text{cm}^3}{36\text{cm}^2} = 6\text{cm}$$

*** **

Problema2

Sia l la misura dello spigolo del cubo.

L'area della superficie totale del cubo è pari a 6 volte l'area di una faccia. L'area di ogni faccia del cubo è l^2 .
Quindi

$$\text{AreaTotale}_{\text{Cubo}} = 6l^2 = 3750\text{cm}^2, \text{ da cui si ricava l'area di una faccia che vale}$$

$$l^2 = 3750\text{cm}^2 : 6 = 625\text{cm}^2$$

Poiché ogni faccia del cubo è un quadrato, la misura del lato di questo quadrato è $l = \sqrt{625\text{cm}} = 25\text{cm}$.

$$\text{Il volume del cubo è } \text{Volume}_{\text{cubo}} = l^3 = 25^3\text{cm}^3 = 15625 \text{ cm}^3.$$

⁽¹⁾ Problemi richiesti dalla Studentessa V.A.

Il parallelepipedo rettangolo ha volume pari ai 4/5 di quello del cubo, quindi

$$Volume_{Parallelepipedo} = \frac{4}{5} \cdot 15625cm^3 = 4 \cdot 3125cm^3 = 12500cm^3$$

Il volume del parallelepipedo rettangolo è dato dal prodotto dell'area di base con la misura dell'altezza.

Si può calcolare l'area di base perché si conoscono le due dimensioni che sono 40cm, 25cm; quindi

$$Area_{Base} = 40 \cdot 25cm^2 = 1000cm^2.$$

Conoscendo il volume del parallelepipedo si può trovare la sua altezza

$$h_{parallelepipedo} = \frac{Volume}{Area_{Base}} = \frac{12500cm^3}{1000cm^2} = 12,5cm$$

Ora si deve calcolare l'area della superficie totale del parallelepipedo.

Si sa che:

$$Area_{TotaleParallelepipedo} = Area_{Laterale} + 2Area_{Base} = Perimetro_{Base} \cdot Altezza + 2Area_{Base}$$

Il perimetro di base è $P = 2(40+25)cm = 130cm$.

$$Area_{TotaleParallelepipedo} = Perimetro_{Base} \cdot altezza + 2Area_{Base} = 130cm \cdot 12,5cm + 2 \cdot 1000cm^2 = 3625cm^2$$