Geometria dello spazio

[(1)]**Problema_1**- (Piramide quadrangolare)

Una piramide ha per base il rettangolo ABCD con $\overline{AB}=15cm$, $\overline{BC}=8cm$ e vertice V. I due triangoli VBC, VAD sono isosceli rispettivamente su BC e AD e le altezze relative alle basi misurano 10cm e $\sqrt{145}cm$.

Q1-Determinare la misura dell'altezza VH del volume della piramide.

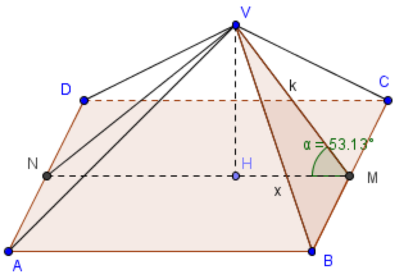
Q2-Determinare l'ampiezza dell'angolo che la faccia VBC forma con il piano di base.

Soluzione

Facciamo riferimento alla figura riportata a lato.

Q1- $\overline{NM}=\overline{AB}=15cm$; $\overline{VM}=10cm$; $\overline{VN}=\sqrt{145}cm$.

$\overline{HM}=x \rightarrow \overline{NH}=\overline{NM}-\overline{HM}=(15-x)cm$.



Applicando il teorema di Pitagora ai triangoli rettangoli NHV, VHM si ha:

$\overline{VM}^2-\overline{HM}^2=\overline{VH}^2=\overline{VN}^2-\overline{NH}^2 \rightarrow$

$10^2-x^2=145-(15-x)^2 \rightarrow x=6cm$.

La misura dell'altezza della piramide è

$\overline{VH}=\sqrt{\overline{VM}^2-\overline{HM}^2}=\sqrt{10^2-6^2}cm=8cm$.

Misura del volume della piramide

$$Vol=\frac{1}{3}\overline{AB}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{VH}=\frac{1}{3}\cdot 15\cdot 8\cdot 8cm^3=320cm^3$$

Q2- Per quanto concerne l'ampiezza dell'angolo diedro formato dalla faccia VBC con la base osserviamo che una sezione normale del diedro è l'angolo acuto VMH(dal teorema delle tre perpendicolari, BC è perpendicolare a VM e HM), per cui si ha:

$$tg\left(V\hat{M}H\right)=\frac{\overline{VH}}{\overline{HM}}=\frac{4}{3}\rightarrow V\hat{M}H=arctg\left(\frac{4}{3}\right)=53{,}13°.$$

[(1)] Problema assegnato nel compito in classe M5_4D_17-04-12 (classe quarta di Liceo Scientifico, Ind. PNI)