

Geometria Razionale

(Applicazione del primo e del secondo criterio di congruenza)

Problema

Sia ABC un triangolo acutangolo isoscele su AB. Internamente alla base AB si prendano i due punti D, E, con D più vicino ad A, in modo che i segmenti AD, BE siano congruenti. Unire i punti D ed E con C.

Quesiti

- 1) Dimostrare che il triangolo CDE è isoscele.
- 2) Dimostrare che la distanza del punto D dal segmento CE e la distanza del punto E dal segmento CD sono congruenti.

Risoluzione

Facciamo riferimento alla Figura 1.

Osservazioni sulla figura

- 1) Poiché il triangolo ABC è isoscele su AB, il vertice C si trova sulla retta n perpendicolare al segmento AB nel suo punto medio M.
- 2) Considerato che i punti D ed E sono sulla base AB, con D più vicino di E al punto A e che deve risultare $AD \cong EB$, si deduce che D si trova tra A ed M ed E tra M e B.
- 3) La distanza del punto D da CE è il segmento DF, essendo F il piede della perpendicolare condotta da D alla retta del segmento CE. Analogamente, la distanza di E da CD è il segmento EG, con G piede della perpendicolare condotta da E alla retta del segmento CD.

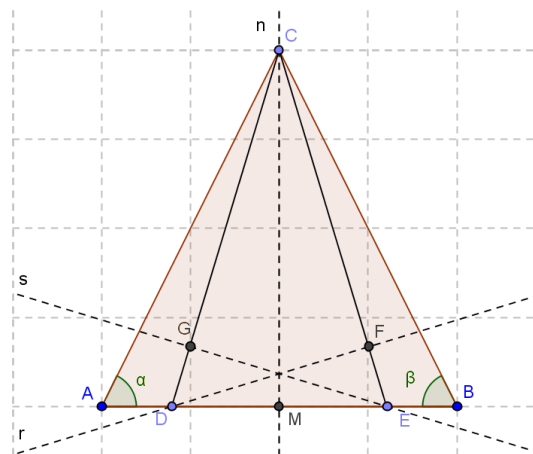


Figura 1

Dimostriamo che il triangolo CDE è isoscele.

Confrontiamo i due triangoli ADC, BEC ed osserviamo che:

- a) hanno i lati AC, BC congruenti perché lati del triangolo ABC, isoscele su AB per ipotesi;
- b) i lati AD, EB congruenti per ipotesi;
- c) gli angoli CAD, CBE congruenti perché angoli alla base del triangolo isoscele ABC.

I due triangoli hanno ordinatamente congruenti due lati e l'angolo compreso, quindi sono congruenti per il primo criterio ed avranno perciò tutti gli elementi omologhi congruenti; in particolare risultano congruenti i lati CD, CE e quindi il triangolo CDE è isoscele su DE. C.V.D.

Dimostriamo che i segmenti DF, EG sono congruenti.

Confrontiamo i triangoli rettangoli DEF, DEG, rettangoli rispettivamente in F e G. I due triangoli, oltre ad avere un angolo retto, hanno in comune l'ipotenusa DE; ancora, risultano essere congruenti gli angoli EDG, DEF, perché angoli alla base del triangolo isoscele CDE. Ciò è sufficiente per concludere che i due triangoli sono congruenti⁽¹⁾. Da detta congruenza deduciamo che sono congruenti i segmenti DF, EG, essendo questi lati omologhi nella congruenza. C.V.D.

⁽¹⁾ Ricordiamo che due triangoli rettangoli se hanno ordinatamente congruenti un lato ed un uno dei due angoli acuti risultano essere congruenti in virtù del secondo criterio generalizzato. Basta osservare, infatti, che dalla congruenza di uno dei due angoli acuti discende la congruenza dell'altro angolo acuto e quindi...