

## Trasformare un rettangolo in un quadrato avente area doppia

### Problema

Considerato un rettangolo avente dimensioni  $a > 0$ ,  $b > 0$ , discutere come modificare le dimensioni  $a$  e  $b$  affinché il rettangolo si trasformi in un quadrato avente area doppia del rettangolo.

### Soluzione

L'area del rettangolo misura  $S = ab$ , quindi quella del quadrato deve misurare  $2S$ . Indicata con  $l$  la misura del lato del quadrato cercato risulta

$$l^2 = 2ab \text{ e quindi } l = \sqrt{2ab}.$$

Esaminiamo ora i casi che si possono presentare.

- 1) Se  $a = b > 0$ , quindi il rettangolo iniziale è un quadrato, allora sarà  $l = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$ .
- 2) Se  $a \neq b$ , supponiamo per fissare le idee che sia  $0 < b < a$ . Facciamo vedere che per ottenere il quadrato avente area doppia del rettangolo si devono modificare entrambe le dimensioni o una sola di esse.

### Discussione

Osserviamo che la misura  $l$  del lato del quadrato richiesto è certamente maggiore della dimensione minore del rettangolo iniziale. Lasciamo al lettore la giustificazione della veridicità della disuguaglianza  $\sqrt{2ab} > b$ , nell'ipotesi  $0 < b < a$ .

Confrontiamo invece il lato del quadrato con la dimensione maggiore  $a$  del rettangolo.

Ebbene, la disuguaglianza  $\sqrt{2ab} > a$  si trasforma nell'equivalente  $2ab > a^2$ , che si riduce alla seguente  $2b > a$ . Sussistono i seguenti casi:

2.1) Se  $0 < b < \frac{a}{2}$  allora il lato del quadrato cercato è minore della dimensione maggiore del rettangolo:  $l < a$ ; pertanto per ottenere il quadrato di area doppia si deve ridurre la lunghezza del lato maggiore del rettangolo (e aumentare la dimensione minore).

2.2) Se  $b = \frac{a}{2}$  allora la misura del lato del quadrato coincide con la misura della dimensione

maggiore:  $l = \sqrt{2ab} = \sqrt{2a \cdot \frac{a}{2}} = a$ .

2.3) Se  $\frac{a}{2} < b < a$  allora il lato del quadrato cercato risulta maggiore di ciascuna delle due dimensioni del rettangolo.

Riportiamo tre figure nelle quali sono illustrati i tre casi discussi. In ciascuna figura sono indicati i valori delle aree del rettangolo ABCD e del quadrato GEFA.

La **Figura 1** è relativa al caso  $a=3$ ;  $b=1,2 < a/2$ . E' evidente che il lato AF del quadrato è minore della dimensione maggiore AD del rettangolo.

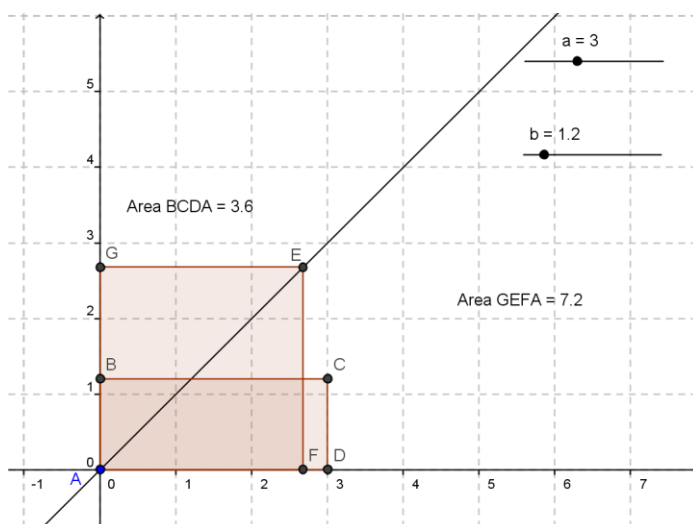


Figura 1

La **Figura 2** è relativa al caso  $a=3$ ;  $b=1,5 = a/2$ . Il quadrato ha il lato AF coincidente con il lato AD del rettangolo (dimensione maggiore).

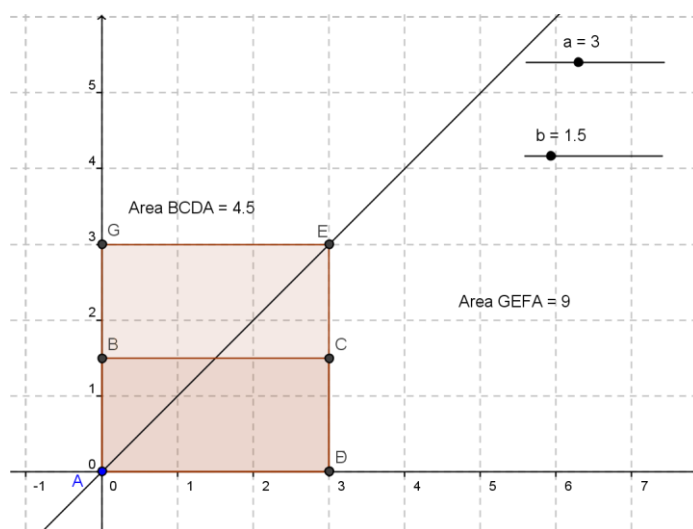


Figura 2

La **Figura 3** è relativa al caso  $a=3$ ,  $b=2,4 > a/2$ . Il lato del quadrato è maggiore di entrambe le dimensioni del rettangolo ABCD.

Clicca [qui](#) per lanciare l'applicazione e modificare la figura intervenendo sugli slider a e b.

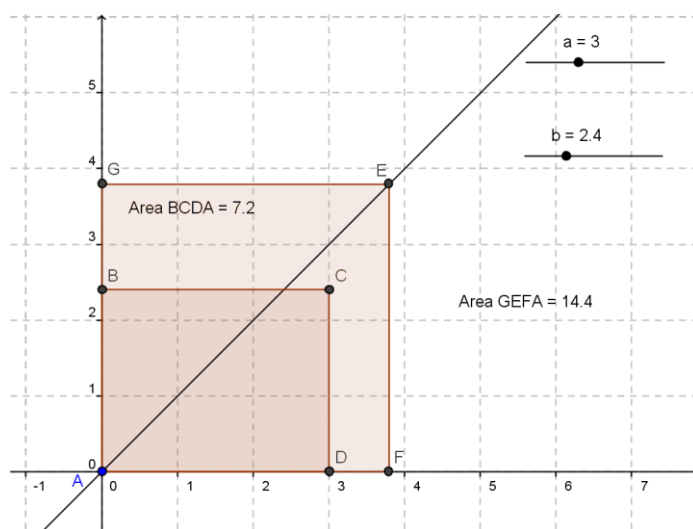


Figura 3