

Problemi sui quadrilateri (applicazione del teorema di Pitagora)

Problema_1

Il quadrilatero ABCD è formato da due triangoli rettangoli e si sa che:

- o AC è ipotenusa del triangolo ABC;
- o AB misura 52cm;
- o AC misura 63 cm;
- o DC misura 65cm.

Calcolare la misura del perimetro e l'area del poligono.

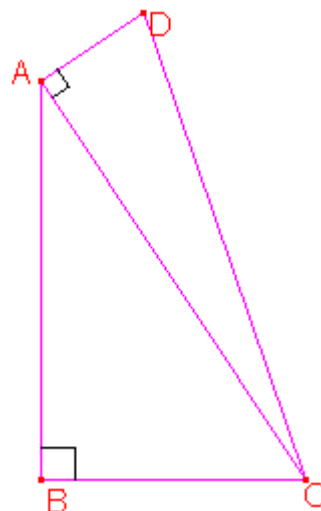
Soluzione

Il quadrilatero ABCD ha la diagonale AC che è ipotenusa del triangolo ABC e cateto del triangolo ACD.

Applicando il teorema di Pitagora al triangolo ABC si ricava la misura del segmento BC ed applicandolo al triangolo rettangolo ACD, che ha DC come ipotenusa, si ricava la misura del cateto AD. Ciò fatto si potranno calcolare le misure del perimetro e dell'area del quadrilatero.

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{63^2 - 52^2} \text{ cm} ; 35,57 \text{ cm} ;$$

$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{DC}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{65^2 - 63^2} \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$



Perimetro

$$Per(ABCD) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (52 + 35,57 + 65 + 16) \text{ cm} = 168,57 \text{ cm}$$

Area del quadrilatero

L'area si ottiene dalla somma delle aree dei due triangoli rettangoli

$$S = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{BC}}{2} + \frac{\overline{AC} \cdot \overline{AD}}{2} = \left(\frac{52 \cdot 35,57}{2} + \frac{63 \cdot 16}{2} \right) \text{ cm}^2 = 1428,82 \text{ cm}^2$$

Problema_2

Il quadrilatero ABCD è formato da due triangoli rettangoli ed è noto che:

- o l'area del quadrilatero misura 3960 cm²;
- o il cateto BC misura 30 cm;
- o il triangolo ABC è equiesteso ai 5/28 del triangolo ACD.

Calcolare il perimetro del quadrilatero.

Soluzione

Il quadrilatero in questione ha approssimativamente la forma come quella rappresentata a lato.

Poniamo

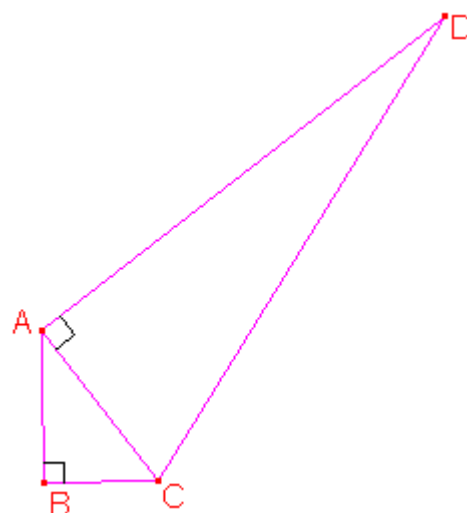
$$S_1 = \text{Area}(ABC) ;$$

$$S_2 = \text{Area}(ACD)$$

$$S = \text{Area}(ABCD).$$

Evidentemente $S_1 + S_2 = S$; tenendo conto della relazione

$$S_1 = \frac{5}{28} S_2 \text{ e conoscendo il valore dell'area del quadrilatero, si ricava l'equazione}$$



$$\frac{5}{28}S_2 + S_2 = 3960cm^2 \Rightarrow S_2 = 3360cm^2, S_1 = \frac{5}{28} \cdot 3360cm^2 = 600cm^2$$

Nota la misura dell'area del triangolo ABC e la misura del cateto BC si ricava la misura del cateto AB e successivamente, applicando il teorema di Pitagora, si ricava la misura dell'ipotenusa AC. Inoltre, poiché AC è cateto del triangolo rettangolo ACD, si può ricavare la misura del cateto AD e successivamente, applicando ancora il teorema di Pitagora, si trova la misura dell'ipotenusa CD.

$$\overline{AB} = \frac{2 \cdot S_1}{BC} = \frac{2 \cdot 600cm^2}{30cm} = 40cm;$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{40^2 + 30^2}cm = 50cm;$$

$$\overline{AD} = \frac{2 \cdot S_2}{AC} = \frac{2 \cdot 3360cm^2}{50cm} = 134,4cm$$

$$\overline{CD} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{AD}^2} = \sqrt{50^2 + (134,4)^2}cm ; 143,40cm$$

Perimetro del quadrilatero

$$Per(ABCD) = 347,8cm$$