

Lezione del 16-maggio-2008

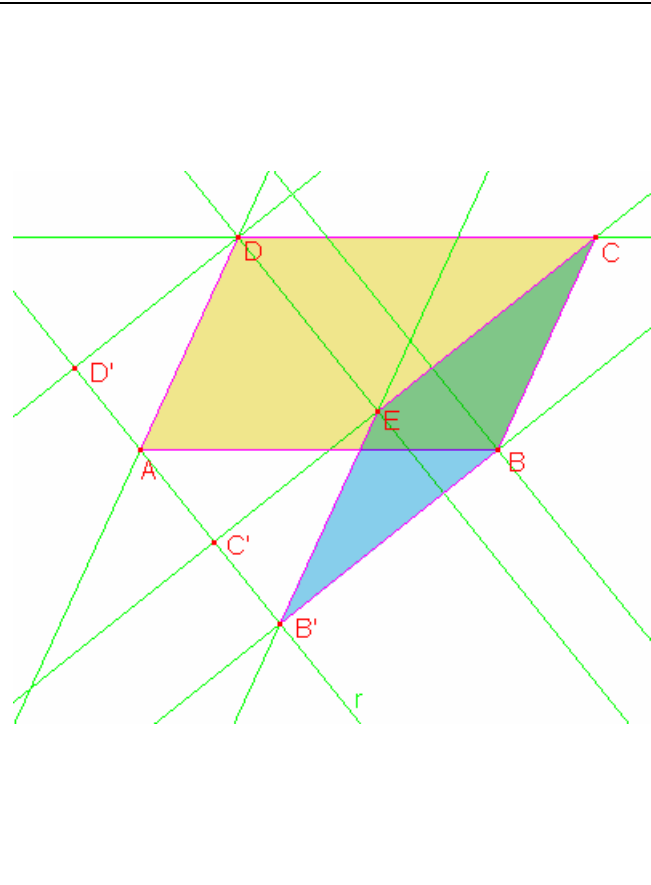
Geometria con Cabri

Problema

Considerato il parallelogramma ABCD, si tracci per il vertice A una retta r che non abbia con il parallelogramma altri punti in comune. Dei vertici B, C, D considerare le proiezioni ortogonali B' , C' , D' su r . Dimostrare che la distanza del vertice C da r è uguale alla somma delle distanze dalla stessa retta dei vertici B, D.

Costruzione della figura

1. Tracciare un segmento e denominare gli estremi A,B.
2. Prendere un punto C non appartenente alla retta di AB ed unire B con C.
3. Tracciare da A parallela a BC
4. Tracciare da C la parallela ad AB.
5. Sia D il punto di intersezione tra le due rette parallele tracciate. Il parallelogramma ABCD è quello indicato.
6. Per avere forme diverse del parallelogramma muovere uno dei vertici A, B, C.
7. Tracciare una retta per A e sistemarla in modo che non intersechi ulteriormente il parallelogramma ABCD. Denominare la retta r .
8. Tracciare da B la perpendicolare ad r e sia B' il punto di intersezione.
9. Ripetere la procedura per le perpendicolari da C e D alla retta r ed i punti C' , D' .



Dimostrazione

Tracciando dal punto D la parallela alla retta r si incontra il segmento CC' in E. Il quadrilatero $DEC'D'$ è un rettangolo, quindi $DD' = C'E$.

Proviamo ora che $EC = B'B$.

Costruiamo da E la parallela alla retta del lato BC e sia B'' il punto in cui essa interseca la retta r (nella figura B'' non è rappresentato). Osserviamo che il quadrilatero $ADEB''$ è un parallelogramma perché ha i lati opposti paralleli, dunque sono congruenti AD e $B''E$. Per transitività $B''E$ sarà parallelo e congruente con BC.

Osserviamo ora che il quadrilatero $B''EC$ ha i lati opposti BC, $B''E$ paralleli e congruenti, quindi è un parallelogramma, dunque risulta $B''B = EC$.

Per completare la dimostrazione si deve provare che B'' coincide con B' . Ebbene, notiamo che dall'essere $B''B$ parallelo ad EC segue che è anche perpendicolare alla retta r (se due rette sono parallele tra loro ogni retta perpendicolare alla prima è anche perpendicolare alla seconda) e dunque B'' appartiene alla retta per B e perpendicolare alla retta r . Poiché tale retta è unica si conclude che B'' coincide con B' .