

La sezione aurea di un segmento

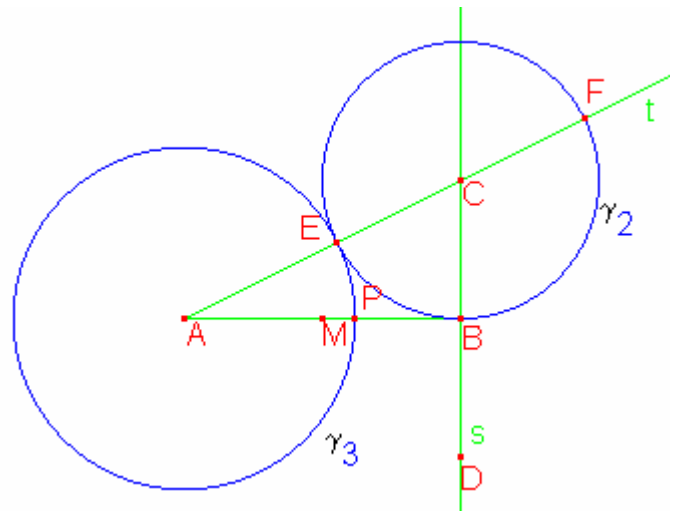
Definizione

Dicesi parte aurea di un segmento la parte del segmento che risulta media proporzionale tra l'intero segmento e la parte rimanente.

In simboli, con AB segmento e AP parte aurea, sussiste la proporzione: $AB:AP=AP:(AB-AP)$

Istruzioni per la costruzione della figura con Cabri Géomètre II Plus

1. Costruire il segmento AB.
2. Definire il punto medio M di AB.
3. Costruire la retta s per B e perpendicolare al segmento AB.
4. Costruire la circonferenza γ_1 avente centro B e passante per M.
5. Trovare i punti C, D di intersezione tra la circonferenza γ_1 e la retta s.
6. Costruire la circonferenza γ_2 di centro C e passante per B.
7. Nascondere la circonferenza γ_1 .
8. Tracciare la semiretta t di origine A e passante per il centro di γ_2 .
9. Trovare le intersezioni della semiretta t con la circonferenza γ_2 ; siano E ed F, con E il punto più vicino ad A.
10. Costruire la circonferenza γ_3 di centro A e raggio AE.
11. Trovare il punto P di intersezione di γ_3 con il segmento AB.
12. Il segmento AP rappresenta la sezione aurea di AB.



Perché AP rappresenta la sezione aurea di AB?

Si osservi che per il **teorema della tangente e della secante** condotte da uno stesso punto ad una circonferenza (in questo caso dal punto A la secante è la semiretta t e tangente è la retta del segmento AB), il segmento di tangente è medio proporzionale tra l'intera secante e la sua parte esterna. Dunque, in relazione alla figura, sussiste la proporzione seguente

$$AF:AB = AB:AE \quad (1)$$

e per la proprietà dello scomporre possiamo anche scrivere la proporzione

$$(AF-AB):AB = (AB-AE):AE. \quad (2)$$

Ora, il diametro EF della circonferenza è uguale ad AB e dunque $AF-AB=AF-EF=AE$; ancora, visto che $AE=AP$, si ha $AB-AE=AB-AP=PB$. Possiamo perciò scrivere la proporzione (2) nella seguente forma:

$AP:AB=PB:AP$, ovvero, scambiando i medi con gli estremi

$$AB:AP=AP:(AB-AP).$$

Cioè, il segmento AP, rispetto al segmento AB, è medio proporzionale tra l'intero segmento e la parte che rimane, cioè la differenza $AB-AP$. Perciò, per definizione, AP è la sezione aurea di AB.