

GEOMETRIA DELLO SPAZIO

Problema_2(Geometria dello spazio)¹

Considerato il triangolo rettangolo ABC, con l'angolo retto nel vertice A, è noto che AB=4,5dm, AC=6,0dm.

Q1- Sulla retta r per il vertice C perpendicolare al piano del triangolo, determinare il punto V in modo che il tetraedro VABC abbia volume $27dm^3$. Determinare la misura dello spigolo VC.

Q2- Precisare che tipo di triangoli sono le facce del tetraedro VABC.

Q3- Determinare l'ampiezza dell'angolo che il piano della faccia VAB forma con il piano di base del triangolo.

Soluzione

Q1- Nel triangolo rettangolo ABC l'ipotenusa BC=7,5dm. L'area del triangolo misura

$$Area(ABC) = \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{AB} = \frac{1}{2} 6dm \cdot 4,5dm = 13,5dm^2$$

Indicando con h la misura dell'altezza VC della piramide relativa alla base ABC, il volume è dato da

$$Vol(VABC) = \frac{1}{3} Area(ABC) \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 13,5dm^2 \cdot h = 27dm^3 \rightarrow h = 6,0dm$$

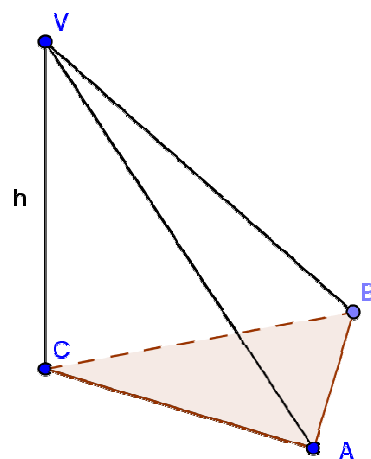
Dunque VC=6,0dm.

Q2- Le quattro facce del tetraedro sono triangoli rettangoli. La base ABC è triangolo rettangolo per ipotesi in A;

Le facce VCA, VCB hanno l'angolo retto in C perché la retta VC è perpendicolare al piano della base ABC;

il triangolo VAB ha l'angolo retto in A per il teorema delle tre perpendicolari.

Q3- Osserviamo che per determinare l'ampiezza dell'angolo che la faccia VAB forma con il piano di base ABC si deve innanzitutto condurre dal piede della perpendicolare VC la perpendicolare alla retta dello spigolo AB; questa retta è quella del cateto AC del triangolo ABC. Ciò premesso, l'angolo formato dalla faccia VAB con il piano di base ABC è l'angolo formato dalla retta VA con la retta CA in quanto quest'ultima è la proiezione ortogonale della prima sul piano di base. Avendo trovato che VC=6,0dm, quindi che VC è congruente con AC, deduciamo che il triangolo VCA è rettangolo isoscele e dunque l'angolo $\widehat{VAC} = 45^\circ$.



¹ Problema assegnato nella prova di recupero debiti nelle classi 4E-4I il 4-set-2010