

Problema

(disuguaglianza tra gli elementi di un triangolo)

Si consideri un triangolo ABC, con $AB > AC$. Determinato sul lato AB il punto P tale che $AP \cong AC$, dimostrare che l'angolo $\widehat{BPC}$ è maggiore di ciascuno degli angoli del triangolo ACP.

Soluzione

Facciamo riferimento alla figura riportata a lato.

Per dimostrare la tesi osserviamo intanto che il triangolo ACP è isoscele sulla base CP perché per ipotesi $AP \cong AC$, quindi i due angoli $\widehat{ACP}$, $\widehat{APC}$ sono congruenti in quanto “angoli alla base” di un triangolo isoscele.

Ricordiamo ora l'enunciato del **primo teorema dell'angolo esterno di un triangolo**:

“In un triangolo qualsiasi un angolo esterno è maggiore di ciascuno degli angoli interni ad esso non adiacenti”.

Ebbene, l'angolo $\widehat{BPC}$ è esterno del triangolo ACP e dunque è maggiore di ciascuno dei due angoli $\widehat{PAC}$, $\widehat{PCA}$:

$$\widehat{BPC} > \widehat{PAC}, \quad \widehat{BPC} > \widehat{PCA};$$

d'altra parte, essendo $\widehat{PCA} \cong \widehat{APC}$ segue anche la disuguaglianza $\widehat{BPC} > \widehat{APC}$.

La tesi è acquisita.

C.V.D.

