Sulla parabola

Tangente comune a due parabole

Problema_1- Si considerino nel piano cartesiano le due parabole aventi equazioni
$\gamma_1: y = x^2 - 4x$, $\gamma_2: y = (x-4)^2$.

1) Si determini l'equazione della retta *t* tangente ad entrambe le parabole. Siano A e B rispettivamente i punti di contatto di *t* con γ_1 e γ_2.
2) Detto V_2 il vertice di γ_2, scrivere l'equazione della retta *s* passante per V_2 e parallela a *t*. Determinare gli ulteriori punti P, Q che la retta *s* ha in comune con le due parabole, con P su γ_1 e Q su γ_2.
3) Analizzare i quadrilateri $ABQV_2$ e ABQP, calcolando il rapporto delle rispettive aree.

Risposte

1) $t: y = 2x - 9$, $A(3;-3)$; $B(5;1)$

2) $s: y = 2x - 8$; $P(2;-4)$, $Q(6;4)$.

3) $ABQV_2$ è un parallelogramma; ABQP è un trapezio.

Rapporto delle aree dei due quadrilateri

$$S_1 = Area(ABQV_2),\ S_2 = Area(ABQP),\ \frac{S_2}{S_1} = \frac{3}{2}$$

Problema_2- Considerate nel riferimento cartesiano *x*O*y* le due parabole
$\gamma_1: x^2 + 8x + 8y - 39 = 0$, $\gamma_2: x^2 + 4x + 8y - 31 = 0$, risolvere i quesiti che seguono.

1) Determinare l'equazione della retta tangente t comune alle due parabole.
2) Determinare i punti A e B di contatto di t con γ_1, γ_2 e calcolare la misura del segmento AB.

Risposte

$$t: 5x + 4y - 20 = 0,\ A\left(1;\frac{15}{4}\right),\ B\left(3;\frac{5}{4}\right),\ \overline{AB} = \frac{\sqrt{41}}{2}$$