Sulla Parabola

Rette tangenti e segmento parabolico

Q_1- Scrivere l'equazione della parabola γ avente asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate sapendo che passa per il punto A(1;1), per l'origine O degli assi e che è tangente in O alla retta r di coefficiente angolare 4/3.

Q_2- Determinare l'equazione della retta ***t*** tangente alla parabola perpendicolare alla retta ***r***. Sia B il punto di contatto.

Q_3- Le rette **r** e **t** con i punti O e B definiscono un triangolo di cui si chiedono perimetro e area.

Q_4- Determinare l'area del segmento parabolico avente per base il segmento OB e calcolare il rapporto tra la sua area e quella del triangolo indicato nel precedente quesito Q3.

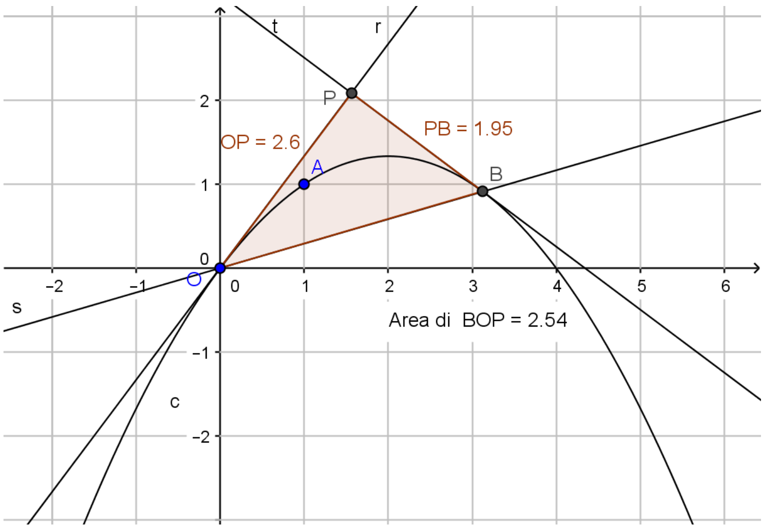
Risultati e indicazioni sintetiche

Q_1- $r: y = \frac{4}{3}x$

$$\begin{cases} y = ax^2 + (1-a)x \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases} \rightarrow ax^2 - \left(a + \frac{1}{3}\right)x = 0 \rightarrow \ \Delta = 0 \rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

L'equazione della parabola è

$$\gamma: y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x$$



Q_2 – Ricerca dell'equazione della retta tangente alla parabola perpendicolare alla retta r

$$\begin{cases} \gamma: y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x \\ y = -\frac{3}{4}x + k \end{cases} \rightarrow \ 4x^2 - 25x + 12k = 0 \rightarrow$$

$$\Delta = 25^2 - 16 \cdot 12k = 0 \rightarrow \ k = \frac{25^2}{16 \cdot 12} \rightarrow$$

$$t: y = -\frac{3}{4}x + \frac{25^2}{16 \cdot 12}$$

Punto di contatto $\qquad B\left(\frac{25}{8}; \frac{175}{192}\right)$

Q_3- Punto P di intersezione tra le rette r e t $\rightarrow \begin{cases} r: y = \frac{4}{3}x \\ t: y = -\frac{3}{4}x + \frac{25^2}{16 \cdot 12} \end{cases} \rightarrow P\left(\frac{25}{16}; \frac{25}{12}\right)$

$\overline{OP} = \frac{125}{48}$; $\overline{PB} = \frac{125}{64}$ $\qquad$ Area del triangolo OPB: $S = \frac{1}{2} \cdot \overline{OP} \cdot \overline{PB} = \frac{5^6}{2^{11} \cdot 3} \simeq 2{,}543$

$$\overline{OB}=\sqrt{\left(\frac{25}{8}\right)^2+\left(\frac{175}{192}\right)^2}=\frac{25^2}{8\cdot 24}$$

Perimetro di OBP: $\overline{OP}+\overline{PB}+\overline{OB}=\frac{125}{16}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{5}{12}\right)=\frac{125}{16}$

Q_4- Per il calcolo dell'area del segmento parabolico facciamo riferimento alla seguente proprietà del segmento parabolico

Proprietà

L'area del segmento parabolico delimitato da una corda AB, è pari ai 2/3 dell'area del triangolo delimitato dalla retta [A;B] e dalle due rette tangenti alla parabola nei punti A e B.

In virtù della proprietà richiamata l'area del segmento parabolico in questione è pari ai due terzi dell'area del triangolo OPB, già calcolata.

$$Area(Seg\_parab)=\frac{2}{3}Area(OPB)=\frac{2}{3}\cdot S=\frac{5^6}{2^{10}\cdot 3^2}$$