

Geometria analitica

sulla retta e la circonferenza

Problema

Considerata la retta $s_1: x+3y-11=0$, determinare i due suoi punti A e B di ascisse rispettive 2 e 5. La circonferenza γ passa da A e da B ed ha il centro C sulla retta $s_2: 2x-5y-1=0$.

1. Determinare l'equazione della circonferenza. Rappresentare le rette e la circonferenza.
2. Determinare l'area del triangolo ABC.
3. Scrivere le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza nei punti A e B e determinare il loro punto di intersezione D. Determinare perimetro ed area del quadrilatero convesso AD BC.

Elaborazioni

1. Risulta $A(2;3)$, $B(5;2)$. L'equazione della circonferenza è $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ed il suo centro C ha coordinate $(-a/2; -b/2)$. Per determinare i parametri a, b, c imponiamo che l'equazione sia soddisfatta dalle coordinate dei punti A e B e che le coordinate del centro verifichino l'equazione della retta s_2 . Si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2a + 3b + c = -13 \\ 5a + 2b + c = -29 \\ 2a - 5b = -2 \end{cases} \text{ da cui } a = -6; b = -2;$$

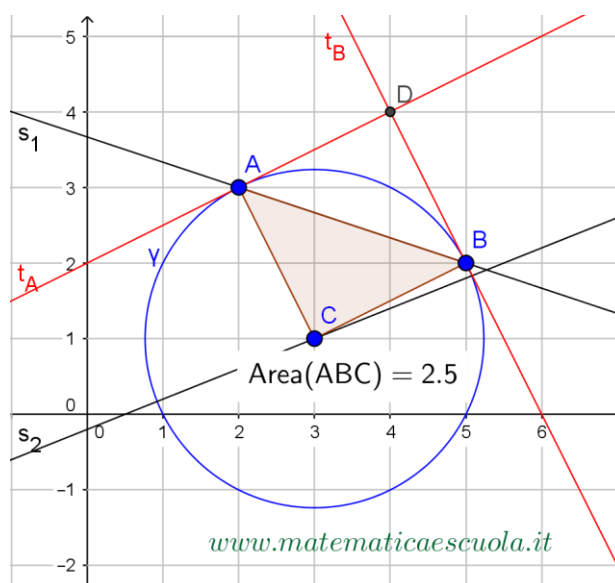
$c = 5$. L'equazione della circonferenza richiesta è

$$\gamma: x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$$

2. Il triangolo ABC è isoscele su AB e la sua area vale: $5/2$.
3. Tangente in A: $x-2y+4=0$

tangente in B: $y=-2x+12$

Coordinate del punto comune alle due tangenti: $D(4;4)$



Il quadrilatero AD BC è un quadrato il cui lato ha la stessa misura del raggio $r = \sqrt{5}$, quindi il perimetro misura $4\sqrt{5}$ e l'area misura 5.