

Geometria analitica

Circonferenza e retta

Problema

- 1) Determinare le coordinate del centro e la misura del diametro della circonferenza la cui equazione è $\gamma: x^2 + y^2 + 3x = 0$.
- 2) Scrivere l'equazione della retta s passante per $A(-3;0)$ ed avente coefficiente angolare $1/2$.
- 3) Determinare i punti comuni alla circonferenza γ e alla retta s . Riconosciuto che sono secanti, determinare la misura della corda AB staccata dalla circonferenza sulla retta.
- 4) Determinare la distanza della retta s dal centro C della circonferenza e la misura dell'area del triangolo avente per base la corda AB e passante per C .
- 5) Realizzare una figura contenente tutti gli elementi geometrici elaborati.

Soluzione

- 1) Il centro è $C(-3/2;0)$ e la misura del raggio è $r = \frac{3}{2}$.
- 2) La retta s ha equazione $s: y = \frac{1}{2}(x+3)$.
- 3) Si deve risolvere il sistema formato dall'equazione della retta s e dall'equazione della circonferenza.

$$\begin{cases} s: y = \frac{1}{2}(x+3) \\ \gamma: x^2 + y^2 + 3x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}(x+3) \\ x^2 + \frac{1}{4}(x^2 + 6x + 9) + 3x = 0 \end{cases}$$

L'equazione risolvente è $5x^2 + 18x + 9 = 0$, soddisfatta dai valori $x_1 = -3$, $x_2 = -\frac{3}{5}$. La circonferenza e la retta sono secanti; un punto comune è $A(-3;0)$, il secondo punto è $B\left(-\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right)$.

Misura della corda AB

$$\overline{AB} = \sqrt{\left(-3 + \frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{144}{25} + \frac{36}{25}} = \frac{6}{5}\sqrt{5}$$

- 4) La distanza della corda AB dal centro si determina velocemente applicando la formula per il calcolo della distanza di un punto da una retta, in questo caso della distanza del centro C dalla retta s .

$$d(C; s) = \frac{\left|-\frac{3}{2} - 2 \cdot 0 + 3\right|}{\sqrt{5}} = \frac{3}{2\sqrt{5}}$$

La distanza trovata rappresenta la misura dell'altezza del triangolo ABC relativa alla base AB .

Area del triangolo ABC

$$Area(ABC) = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{CH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \sqrt{5} \cdot \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{9}{10}$$

5) Segue la figura.

