Luoghi geometrici sull'asse reale

Applicazione delle equazioni di primo grado con i moduli

Es1- Sull'asse reale, considerato il punto $A\left(\frac{1}{2}\right)$, determinare i punti P la cui distanza da A è 3 unità.

Es2-Considerati sull'asse reale i due punti $A\left(\frac{1}{2}\right)$, $B\left(-\frac{3}{2}\right)$, determinare il punto P equidistante da A e B.

Soluzioni

Premessa

Ricordiamo che la distanza fra due punti sull'asse reale è data dal valore assoluto della differenza delle rispettive ascisse. Se A e B sono due punti dell'asse reale e x_A, x_B sono le loro ascisse e $|AB|$ è la distanza tra i due punti, risulta

$$|AB| = |x_A - x_B| = |x_B - x_A|$$

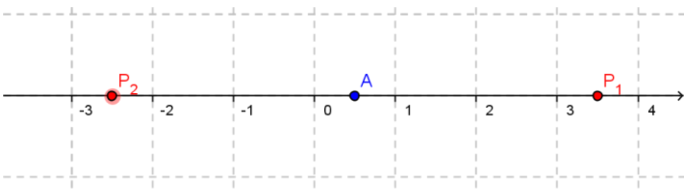
*** ***

Es1- Indicando con x l'ascissa di P, dunque $P(x)$, deve risultare

$$|AP| = |x_P - x_A| = \left|x - \frac{1}{2}\right| = 3 \qquad (1)$$

L'equazione (1) è verificata dai valori di x tali che $\left(x - \frac{1}{2} = 3\right) \vee \left(x - \frac{1}{2} = -3\right)$, dunque $\left(x = \frac{7}{2}\right) \vee \left(x = -\frac{5}{2}\right)$. Esistono due punti che verificano la proprietà richiesta: $P_1\left(\frac{7}{2}\right)$, $P_2\left(-\frac{5}{2}\right)$.

A lato è riportata la rappresentazione grafica dei punti A, P_1, P_2. Si noti che P_1 e P_2 sono simmetrici rispetto ad A.



*** ***

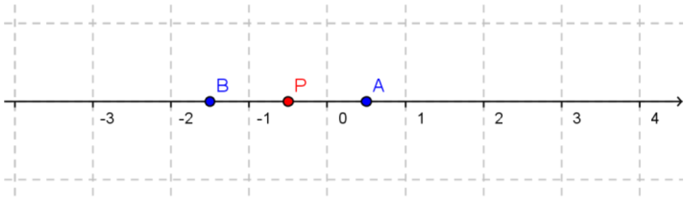
Es2- Sia $P(x)$ il punto da cercare. Poiché il punto deve essere equidistante da A e B dovrà essere soddisfatta la condizione $|AP| = |BP|$,quindi l'ascissa di P deve verificare l'equazione

$$\left|x - \frac{1}{2}\right| = \left|x + \frac{3}{2}\right| \qquad (2)$$

L'equazione (2) equivale all'unione logica delle due equazioni

$$x - \frac{1}{2} = x + \frac{3}{2} \qquad (2.1) \qquad\qquad x - \frac{1}{2} = -\left(x + \frac{3}{2}\right) \qquad (2.2)$$

L'equazione(2.1) non ha soluzioni.
L'equazione (2.2) diventa



$2x = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$ che ammette come soluzione

$x = -\frac{1}{2}$.

Concludiamo che esiste un solo punto P sull'asse reale equidistante dai punti A e B ed è $P\left(-\frac{1}{2}\right)$.

Osservazione

Il punto P equidistante da A e B è il punto medio del segmento AB. Se il lettore sa già trovare l'ascissa del punto medio di un intervallo di cui conosca gli estremi può applicare in alternativa al procedimento esposto questo secondo metodo. Ricordiamo che l'ascissa del punto medio dell'intervallo di estremi a, b è $x_m=(a+b)/2$. Nel caso in esame si ha

$$x_P = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

Evidentemente questo procedimento è più veloce.