

Geometria analitica della retta

- a) Nel piano cartesiano xOy scrivere l'equazione del fascio di rette determinato dalle rette $g_1 : x + 2y + 1 = 0$, $g_2 : x - 4y - 8 = 0$. Classificare il tipo di fascio.
- b) Riconosciuto che si tratta di un fascio proprio, determinare le coordinate del suo centro C.
- c) Determinare l'equazione della retta r del fascio parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante e le coordinate dei punti A, B in cui r taglia gli assi coordinati.
- d) Scrivere l'equazione della retta s perpendicolare ad r e sia D il punto in cui s incontra l'asse delle ordinate. Determinare l'area del triangolo ABD.

Soluzione

- a) L'equazione del fascio determinato dalle due rette può essere scritta combinando linearmente le equazioni delle due rette. Se si utilizzano due parametri l'equazione ottenuta rappresenterà tutte le rette del fascio; utilizzando un solo parametro l'equazione non permetterà di ricavare una delle infinite rette del fascio (non si potrà ricavare l'equazione della retta limite).

Equazione del fascio completo

$$F : \lambda(x + 2y + 1) + \mu(x - 4y - 8) = 0$$

Equazione del fascio incompleto

$$F : (x + 2y + 1) + k(x - 4y - 8) = 0$$

La retta limite è la generatrice $g_2 : x - 4y - 8 = 0$.

Classificazione del fascio.

Le due rette generatrici del fascio hanno diverso coefficiente angolare: $m(g_1) = -1/2$,

$m(g_2) = -1/4$, dunque le rette sono incidenti e pertanto il fascio individuato è proprio.

- b) Le coordinate del centro del fascio si ricavano risolvendo il sistema formato dalle equazioni di due qualsiasi rette del fascio. In particolare si possono prendere le equazioni delle generatrici.

$$\begin{cases} g_1 : x + 2y + 1 = 0 \\ g_2 : x - 4y - 8 = 0 \end{cases} \rightarrow C\left(2; -\frac{3}{2}\right)$$

- c) L'equazione della retta del fascio parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante è:

$$r : y + \frac{3}{2} = x - 2 \rightarrow r : y = x - \frac{7}{2}$$

I punti in cui r taglia gli assi cartesiani sono $A\left(\frac{7}{2}; 0\right), B\left(0; -\frac{7}{2}\right)$

- d) Equazione della retta s $\perp$ r e appartenente al fascio:

$$s : y + \frac{3}{2} = -1(x - 2) \rightarrow s : y = -x + \frac{1}{2}$$

Punto di intersezione di s con l'asse delle

ordinate: $D\left(0; \frac{1}{2}\right)$

Calcolo dell'area del triangolo ABD

Per il calcolo dell'area del triangolo si osservi

che si ha: $Area(ABD) = \frac{1}{2} \cdot (y_D - y_B) \cdot x_A = 7$.

