Geometria analitica

(coordinate cartesiane nel piano)[1]

Es_1) In un sistema di coordinate cartesiane ortogonali nel piano xOy si considerino i punti $A\left(\frac{1}{2}+k;2-k\right)$, $B\left(\frac{3}{2};3k\right)$.

1) Determinare per quale valore del parametro k il punto medio M tra A e B appartiene all'asse delle ascisse.
2) Per il valore del parametro k trovato nel precedente quesito, scrivere le coordinate dei tre punti A, B, M e rappresentarli sul piano cartesiano. Determinare la misura assoluta del segmento AB.

Soluzione

1) Determiniamo le coordinate del punto medio M del segmento avente per estremi i punti A, B assegnati ed imponiamo che l'ordinata di M sia nulla.

$$x_M = \frac{1}{2}(x_A + x_B) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+k+\frac{3}{2}\right) = \frac{2+k}{2};$$

$$y_M = \frac{1}{2}(y_A + y_B) = \frac{1}{2}(2-k+3k) = 1+k$$

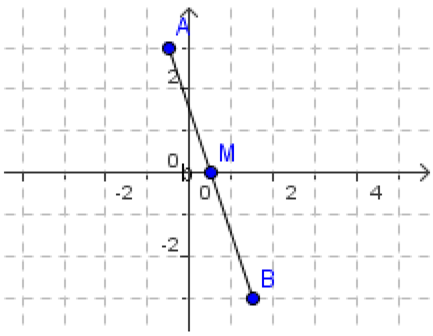
$$y_M = 0 \to k = -1.$$

2) I punti A, B, M sono: $A\left(-\frac{1}{2};3\right)$, $B\left(\frac{3}{2};-3\right)$, $M\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Misura del segmento AB.

$$\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



Es_2) In un piano riferito ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonali xOy, considerati i punti $A(-2;1)$, $B\left(1;\frac{5}{2}\right)$ ed il punto $P(0;y)$, risolvere i quesiti che seguono.

1) Determinare il valore dell'ordinata del punto P in modo che esso sia equidistante da A e B. Rappresentare i punti nel piano.
2) Per il valore di y determinato nel precedente punto si calcoli il perimetro e l'area del triangolo ABP.

Soluzione

1) Si devono trovare i valori delle distanze del punto P dai punti A e B ed imporre che siano uguali; in tal modo si ottiene un'equazione che risolta fornirà il valore dell'incognita y.
Si ha:

$$\left|\overline{PA}\right| = \sqrt{(x_A - x_P)^2 + (y_A - y_P)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (1-y)^2};$$

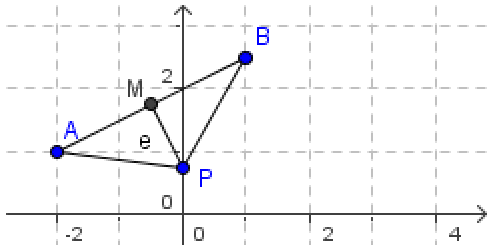
$$\left|\overline{PB}\right| = \sqrt{(x_B - x_P)^2 + (y_B - y_P)^2} = \sqrt{1+\left(\frac{5}{2}-y\right)^2};$$

$$\left|\overline{PA}\right| = \left|\overline{PB}\right| \to \sqrt{1+\left(\frac{5}{2}-y\right)^2} = \sqrt{(-2)^2+(1-y)^2} \to 1+\left(\frac{5}{2}-y\right)^2 = 4+(1-y)^2 \to y = \frac{3}{4}$$

[1] Quesiti assegnati nel compito in classe M2_3I-17-11-2008

Esiste un solo punto che verifica la condizione richiesta ed è $P\left(0;\frac{3}{4}\right)$.

2) Il triangolo ABP è isoscele su AB perché il punto P è equidistante da A e B. Per la misura del perimetro basta trovare la misura di AB e quella di uno dei due lati congruenti, per esempio quella di AP. Per quanto concerne la misura dell'area del triangolo, ricordato che la mediana relativa la base AB è anche altezza, si determinano le coordinate del punto medio M di AB, quindi si trova la misura dell'altezza MP e successivamente si applica la formula per trovare l'area. Riportiamo le elaborazioni.



$\left|\overline{PA}\right|=\sqrt{(-2)^2+\left(1-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{65}}{4}$; $\left|\overline{AB}\right|=\frac{3}{2}\sqrt{5}$

$Per.(ABP)=\left|\overline{AB}\right|+2\left|\overline{PA}\right|=\frac{3}{2}\sqrt{5}+2\cdot\frac{\sqrt{65}}{4}=$
$\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{65}}{2}$

Calcolo dell'area del triangolo ABP.

Il punto medio tra A e B è $M\left(-\frac{1}{2};\frac{7}{4}\right)$. Si ha inoltre:

$\left|\overline{AB}\right|=\frac{3}{2}\sqrt{5}$, $\left|\overline{MP}\right|=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{4}-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{4}$;

$Area(ABP)=\frac{1}{2}\left|\overline{AB}\right|\cdot\left|\overline{MP}\right|=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{5}\cdot\frac{\sqrt{5}}{4}=\frac{15}{16}$