

Sull'Iperbole Traslata

Problema

Trovare l'equazione dell'iperbole γ di centro $C(2;4)$ e passante per il punto $P(3;5)$ con asse non trasverso parallelo all'asse y ed avente misura 4.

Soluzione

L'iperbole ha gli assi di simmetria paralleli agli assi coordinati e passano dal punto $C(2;4)$. Si tratta di un'iperbole traslata. Avendo l'asse trasverso parallelo all'asse delle ascisse la sua equazione si può porre nella seguente forma

$$\frac{(x-x_c)^2}{a^2} - \frac{(y-y_c)^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

I valori positivi a, b sono denominati misure dei semiassi. In particolare b rappresenta il semiasse non trasverso e dal testo si evince che risulta $b=2$. Possiamo perciò scrivere l'equazione come segue

$$\gamma: \frac{(x-2)^2}{a^2} - \frac{(y-4)^2}{2^2} = 1 \quad (2)$$

A questo punto per determinare il valore di a^2 basta imporre che l'equazione (2) sia soddisfatta dalle coordinate del punto $P(3;5)$. Si ha

$$P \in \gamma \Leftrightarrow \frac{(3-2)^2}{a^2} - \frac{(5-4)^2}{4} = 1 \rightarrow a^2 = \frac{4}{5}$$

L'equazione richiesta è

$$\gamma: \frac{5}{4} \cdot (x-2)^2 - \frac{(y-4)^2}{4} = 1$$

che ridotta alla forma normale diventa

$$\gamma: 5x^2 - y^2 - 20x + 8y = 0$$

A lato sono rappresentati la curva γ , i suoi assi di simmetria ed il punto P .

