Sulla circonferenza

Fascio di circonferenze tangenti

Considerato il fascio di circonferenze avente equazione $F: x^2 + y^2 - (k+2)x + (k-2)y + 2 = 0$ risolvere i quesiti che seguono.

Q1- Determinare le generatrici del fascio e classificarlo.

Q2- Verificare che esistono due circonferenze del fascio che delimitano cerchi aventi area 8.

Q3- Determinare le equazioni delle circonferenze del fascio tangenti all'asse delle ascisse.

Q4- Determinare l'equazione della circonferenza avente il centro sulla retta s:y=2x-5.

Q5- Trovare le curve del fascio che risultano tangenti alla retta t:y=x-4.

Soluzione

Q1- Scrivendo l'equazione del fascio in modo da separare i termini contenenti il parametro k dagli altri

$$F: x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 + k(y-x) = 0$$

si deducono immediatamente le equazioni delle due curve generatrici del fascio che sono

$$\lambda_0: x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0; \qquad r: y = x$$

…

Q2- Troviamo la misura del raggio R della generica circonferenza del fascio e imponiamo che sia soddisfatta la condizione $\pi R^2 = 8\pi$, cioè, $R^2 = 8$.

…

Q3-Per ottenere la condizione algebrica cui deve soddisfare il parametro k affinché le circonferenze corrispondenti siano tangenti all'asse delle ascisse, basta mettere a sistema l'equazione del fascio con l'equazione dell'asse delle ascisse che è y=0 …

Q4- Per risolvere il quesito basta scrivere le coordinate del centro della generica circonferenza del fascio ed imporre che verifichino l'equazione della retta s:y=2x-5.

…

Q5-Per trovare le curve del fascio tangenti alla retta t:y=x-4 si procede nello stesso modo seguito per trovare le curve tangenti all'asse delle ascisse: si imposta il sistema formato con l'equazione del fascio e quella della retta, …