Liceo Scientifico Statale "G. Stampacchia"
Tricase

Tempo di lavoro
110 minuti

Oggetto: Compito in Classe 3I
Argomenti: **Geometria analitica**: Retta, Ellisse - Curve deducibili dall'ellisse - Iperbole

Es_1) Considerata l'ellisse riferita ai propri assi di equazione $\gamma: 4x^2+9y^2=36$ risolvere i seguenti quesiti:

a) Determinare le coordinate dei vertici, dei fuochi, le misure degli assi, il valore dell'eccentricità e rappresentare la curva.
b) Indicato con V_1 il vertice dell'ellisse avente ordinata positiva, determinare la misura della corda staccata da γ sulla retta ***s*** passante per V_1 e parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante. Sia A il secondo punto in comune tra ***s*** e γ.
c) Scrivere l'equazione della retta **s′** parallela alla retta s e passante per il secondo vertice V_2 dell'ellisse giacente sull'asse y e determinare le coordinate del secondo punto B in comune tra **s′**e γ.
d) Trovare la misura del perimetro ed il valore dell'area del quadrilatero V_1AV_2B.
e) Rappresentare tutti gli elementi geometrici determinati nei punti precedenti.

Es_2) 2.1 Scrivere l'equazione dell'ellisse γ riferita ai propri assi che tangente alla retta $t: x-2y+5=0$ nel punto A(-3;1).

2.2 Rappresentare l'ellisse e la retta t e determinare le coordinate dei fuochi ed il valore dell'eccentricità.

Es_3) Data l'equazione $x^2+4y^2-4x-8y+1=0$, rappresentare in un sistema di riferimento cartesiano xOy la curva corrispondente determinando della stessa le coordinate del centro, le misure degli assi, le coordinate dei vertici e l'eccentricità.

Es_4) Rappresentare nel piano cartesiano xOy le curve le cui equazioni sono

a) $y=\sqrt{16-4x^2}$
b) $x^2+2y^2-|x+1|-1=0$
c) $x^2+4y^2-2x-8|y|=0$

Es_5) Considerata l'equazione parametrica $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{k}=1$, determinare il valore del parametro k in modo che la curva γ corrispondente passi dal punto A(4;3). Riconosciuto che γ è un'iperbole, rappresentarla nel piano cartesiano insieme ai suoi asintoti, dopo averne determinato i vertici, i fuochi ed il valore dell'eccentricità.

Soluzione

Es_1

a) $\gamma: \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1,$

$a=3,\ b=2,\ c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5},$

$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3},$

$V_1(0;2), V_2(0;-2), V_3(3;0), V_4(-3;0),$

$F_1\left(\sqrt{5};0\right), F_2\left(-\sqrt{5};0\right).$

b) $s: y=x+2,\ A\left(-\dfrac{36}{13};-\dfrac{10}{13}\right),\ \overline{AV_1}=\dfrac{36}{13}\sqrt{2}$

c) $s': y=x-2,\ B\left(\dfrac{36}{13};\dfrac{10}{13}\right),\ \overline{BV_2}=\dfrac{36}{13}\sqrt{2}$

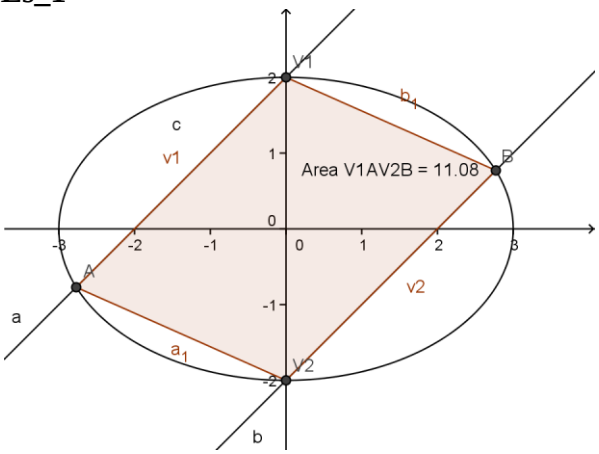
d) $\overline{AV_2}=\dfrac{4}{13}\sqrt{82}=\overline{BV_1}$

Perimetro(V_1AV_2B)$=\dfrac{8}{13}\left(9\sqrt{2}+\sqrt{82}\right)$

Altezza del parallelogramma relativa al lato AV_1: $d(s,s')=2\sqrt{2}$.

Area(V_1AV_2B)$=\overline{AV_1}\cdot d(s,s')=\dfrac{144}{13}$

Es_1



Es_2

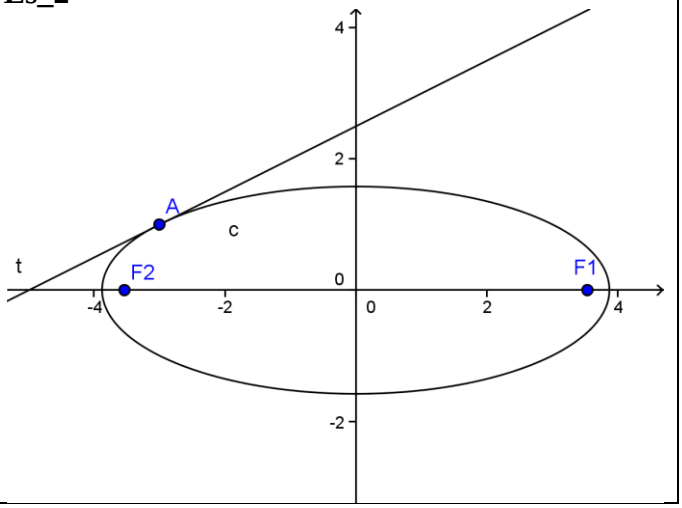
$t: x-2y+5=0,$

$\gamma: x^2+6y^2=15$

$a=\sqrt{15},\ b=\dfrac{\sqrt{10}}{2},\ c=\dfrac{5}{\sqrt{2}},\ e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{30}}{6},$

$F_1\left(\dfrac{5}{\sqrt{2}};0\right),\ F_2\left(-\dfrac{5}{\sqrt{2}};0\right)$

Es_2



Es_3

$x^2+4y^2-4x-8y+1=0$

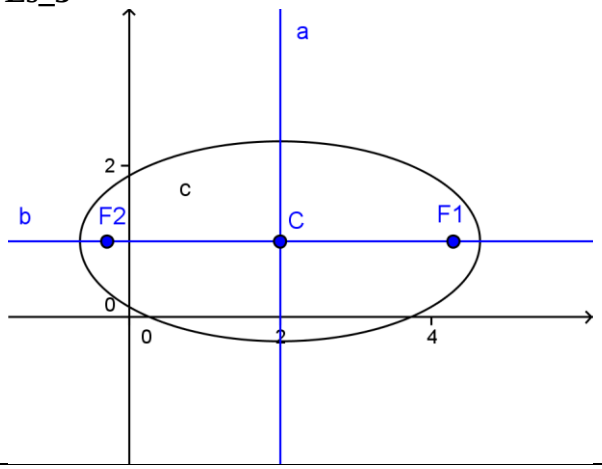
$\gamma:\dfrac{(x-2)^2}{7}+\dfrac{4(y-1)^2}{7}=1,$

$a=\sqrt{7},\ b=\dfrac{\sqrt{7}}{2},\ c=\dfrac{\sqrt{21}}{2},\ e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2},$

$C(2;1),\ V_1\left(2+\sqrt{7};1\right),V_2\left(2-\sqrt{7};1\right),$

$F_1\left(2+\dfrac{\sqrt{21}}{2};1\right),F_2\left(2-\dfrac{\sqrt{21}}{2};1\right).$

Es_3



Es_4_Q1

$y=\sqrt{16-4x^2}$

La curva esiste nelle regioni del piano cartesiano i cui punti hanno coordinate che verificano le condizioni espresse dal sistema

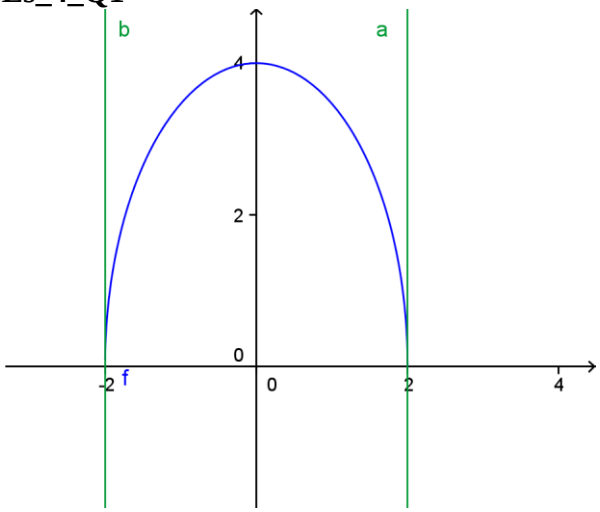
$$\begin{cases}16-4x^2\geq 0\\ y\geq 0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}-2\leq x\leq 2\\ y\geq 0\end{cases}$$

Elevando al quadrano ambo i membri si perviene all'equazione

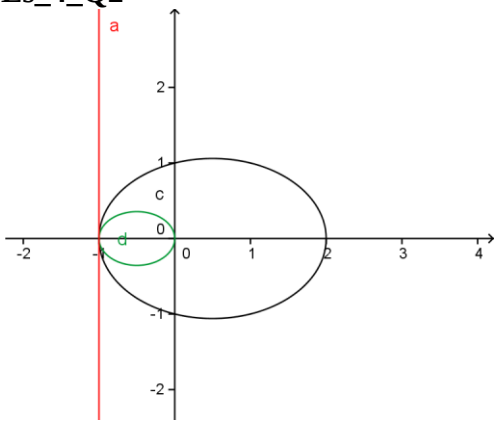
$4x^2+y^2=16$

che rappresenta un'ellisse avente il centro nell'origine degli assi, l'asse maggiore disposto sull'asse delle ordinate, con fuochi si punti : $F_1\left(0;2\sqrt{3}\right),\ F_2\left(0;-2\sqrt{3}\right).$

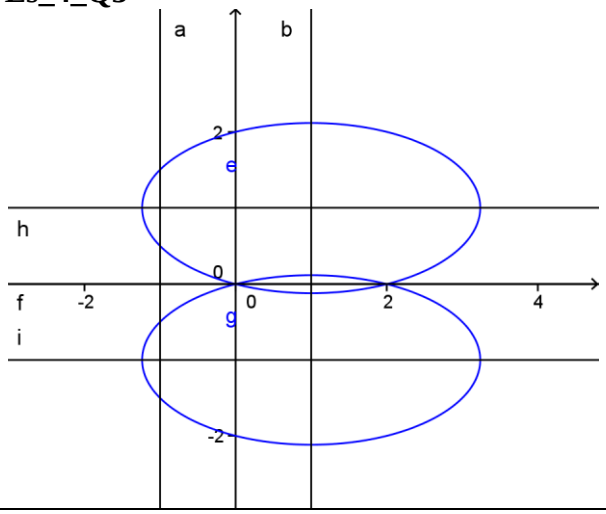
Es_4_Q1



Es_4_Q2



Es_4_Q3



Es_5

$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

Asintoti:

$s_1: y=\frac{\sqrt{3}}{2}x,\ s_2: y=-\frac{\sqrt{3}}{2}x$

Vertici $V_1(2;0),\ V_2(-2;0)$

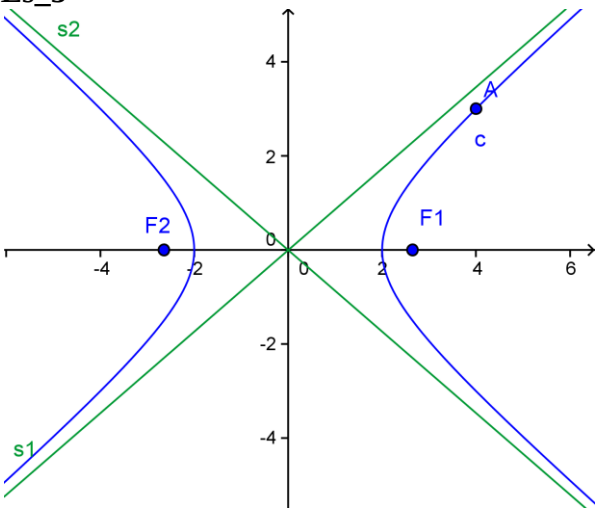
Misura dell'asse trasverso $2a=4$

Fuochi

$F_1\left(\sqrt{7};0\right),\ F_2\left(-\sqrt{7};0\right)$

Eccentricità: $e=\frac{\sqrt{7}}{2}$

Es_5



A lato è riportata ancora l'iperbole dell'Es_5, ma in più è indicato il rettangolo caratteristico le cui diagonali giacciono sulle rette degli asintoti.

