

Geometria analitica

Iperbole equilatera con circonferenza tangente e secante

Problema

- 1) Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera γ_1 che nel riferimento cartesiano xOy dei suoi asintoti è tangente alla retta $t: x-y+3=0$ nel punto A. Determinare le coordinate dei vertici dell'iperbole e la misura del suo asse.
- 2) Determinare l'equazione della circonferenza γ_2 tangente all'iperbole nel punto A e che passa per il punto $P(3; -3/4)$.
- 3) Riconoscere che le due curve γ_1, γ_2 hanno in comune oltre ai punti A e P un ulteriore punto Q. Trovate le coordinate di Q, dimostrare che il triangolo AQP è isoscele e trovarne perimetro ed l'area.
- 4) Realizzare nel piano cartesiano la figura riepilogativa contenente tutti gli elementi geometrici elaborati.

Risposte

- 1) $A\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right); \gamma_1: xy = -\frac{9}{4}$. Vertici dell'iperbole: $V_1 \equiv A; V_2\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Misura dell'asse: $\overline{V_1V_2} = 3\sqrt{2}$.
- 2) $\gamma_2: 4x^2 + 4y^2 - 3x + 3y - 27 = 0$
- 3) $Q\left(\frac{3}{4}; -3\right)$. Il triangolo è isoscele su PQ. Area (AQP)=243/32. Perimetro di AQP: $2p = \frac{9}{4}(2\sqrt{5} + \sqrt{2})$