Geometria analitica della circonferenza

Fasci di circonferenze

Problema

1. Considerata l'equazione cartesiana $x^2+y^2-2x-2y-k+1=0$ risolvere i quesiti che seguono.
   a. Precisare il tipo di circonferenze che si ottengono al variare di k∈R.
   b. Determinare l'equazione della circonferenza γ_1 passante per l'origine degli assi e quella della circonferenza γ_2 di raggio unitario. Rappresentare le due circonferenze nello stesso riferimento cartesiano,
   c. Determinare l'area delle regione piana delimitata dalle due circonferenze.

Risoluzione

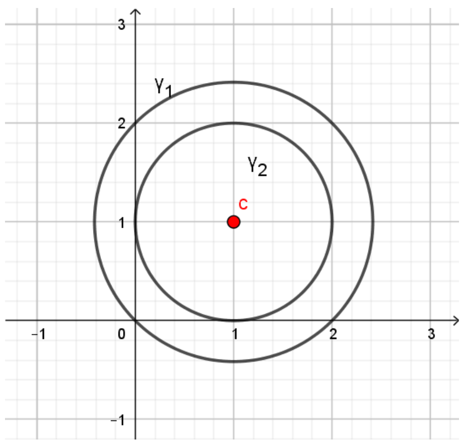
a. L'equazione cartesiana in oggetto rappresenta un fascio di circonferenze perché soddisfa le caratteristiche dell'equazione di una circonferenza e il parametro figura con esponente 1. Le circonferenze sono reali se k soddisfa la seguente disuguaglianza: $1+1+k-1\geq 0$, cioè se $k\geq -1$. Osserviamo che le circonferenze del fascio sono concentriche ed il centro è il punto C(1;1).
   a.1) Per k=-1 la circonferenza ha raggio nullo, quindi è degenere.

b. L'equazione della circonferenza cercata si ottiene imponendo che il termine noto dell'equazione assegnata sia nullo: k=1. L'equazione è $\gamma_1: x^2+y^2-2x-2y=0$.

Per ottenere l'equazione di γ_2 si deve imporre che la misura del raggio della generica circonferenza del fascio valga 1. Pertanto dovrà risultare

$1+1+k-1=1\rightarrow k=0$ La circonferenza è

$\gamma_2: x^2+y^2-2x-2y+1=0$



c. Le due circonferenze delimitano una corona circolare. I raggi delle circonferenze γ_1 , γ_2 misurano rispettivamente $r_1=\sqrt{2}$, r_2 =1. L'area della corona circolare è $A=\pi\left(r_1^2-r_2^2\right)=$

$\pi\left[\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2\right]=\pi$