

Fasci di curve

Problemi sulla circonferenza

Problema_1

- 1) Considerata l'equazione parametrica $(2k-1)x^2 + ky^2 - x - 3ky - 4 = 0$ stabilire per quale valore di k essa rappresenta una circonferenza reale nel piano cartesiano.
- 2) Riconosciuto che esiste un solo valore del parametro che verifica la condizione richiesta nel precedente punto, della corrispondente circonferenza determinare le coordinate del centro C , la misura del raggio e i punti A, B in cui la stessa interseca l'asse delle ordinate.
- 3) Determinare l'area del triangolo ABC .

Risposte: 1) $k=1$; 2) $C\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right), r = \frac{\sqrt{26}}{2}$; 3) $\text{Area}(ABC)=5/4$

Problema_2

Considerata l'equazione $x^2 + y^2 + kx - (2-k)y + k + 3 = 0$ risolvere i quesiti che seguono.

- 1) Determinare la curva del fascio che passa dal punto A appartenente alla retta $s: x-2y+1=0$ avente ascissa 1.
- 2) Per il valore di k trovato nel precedente quesito, scrivere l'equazione della curva λ e precisarne il tipo e le caratteristiche principali.
- 3) Determinare i punti comuni tra la curva λ e la retta s . Rappresentare la curva λ e la retta s .
- 4) Riconosciuto che λ è una circonferenza, siano C il suo centro, D ed E i punti in cui la stessa interseca l'asse y , con E avente ordinata maggiore. Dimostrare che i punti A, C, E sono allineati.
- 5) Calcolare l'area del quadrilatero $ABDE$.

Risposte: 1) $k=-1$; 2) $\lambda: x^2 + y^2 - x - 3y + 2 = 0$, circonferenza; 5) $\text{Area}(ABDE)=3/5$.