

Sui condensatori piani

Due piastre metalliche collegate a terra

Problema

Due piastre metalliche piane, disposte parallelamente tra loro, sono mantenute a potenziale costante tramite un collegamento a terra. Ciascuna piastra si estende per $0,80\text{m}^2$. Le due piastre distano tra loro 12cm . Tra le due piastre se ne inserisce un'altra identica, caricata con $Q=60\text{nC}$, disponendola dalle altre due alle distanze d_1, d_2 in modo che $d_1=3d_2$. Risolvere i quesiti.

- 1) Precisare che tipo di struttura rappresentano le tre piastre con il collegamento a terra.
- 2) Calcolare le cariche indotte su ciascuna delle due armature collegate a terra.
- 3) Determinare la capacità del sistema e l'energia elettrostatica immagazzinata nello stesso.

Risoluzione

Strategia risolutiva

Indicando con A e B le due piastre piane iniziali collegate a terra, con l'introduzione della terza piastra si determina un sistema di due condensatori in parallelo. La presenza della carica positiva sull'armatura intermedia determinerà la comparsa di cariche negative sulle armature A e B provenienti dalla superficie del pianeta Terra ed il processo durerà finché non si raggiungerà la situazione di equilibrio elettrostatico.

La carica $Q=60\text{nC}$ si distribuirà sulla superficie della piastra centrale e le intensità delle cariche presenti sulle due facce opposte alle armature A, B dipenderanno dai valori delle capacità dei due condensatori. Per risolvere il problema in esame si sfrutta la legge del collegamento dei condensatori in parallelo che, ricordiamo, stabilisce che il nuovo condensatore ha capacità uguale alla somma delle capacità dei singoli condensatori e che la differenza di potenziale tra le armature di ciascuno dei due condensatori collegati è uguale.

Elaborazioni

- 1) Abbiamo già precisato che il sistema delle tre armature, con le due esterne collegate a terra, formano due condensatori collegati in parallelo.
- 2) Indichiamo con P la piastra tra le armature A, B e supponiamo per fissare le idee che sia più vicina all'armatura A; dunque $d_2 < d_1$ è la distanza tra A e P.

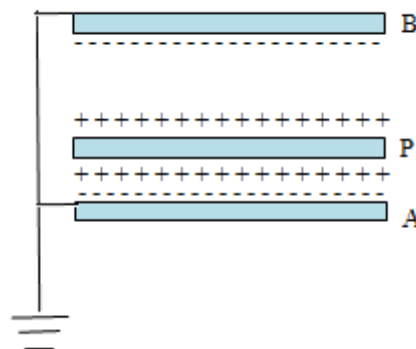
Sapendo che

$$d_1 = 3 d_2 \text{ e che } d_1 + d_2 = 12\text{cm},$$

si deduce che $d_1 = 9\text{cm}$, $d_2 = 3\text{cm}$.

Sia S l'area di ciascuna armatura.

Dal testo non si evince la presenza di alcuna dielettrico tra le piastre, dunque supponiamo che si operi nel vuoto. Siano Q_A, Q_B le cariche presenti sulle facce dell'armatura P



disposte frontalmente rispettivamente alle piastre A e B. Le capacità dei due condensatori AP, BP sono

$$C_A = \varepsilon_0 \frac{S}{d_2}, \quad C_B = \varepsilon_0 \frac{S}{d_1} \quad (1)$$

Ed essendo $d_1 = 3d_2$, si ricava immediatamente

$$C_A = 3C_B \quad (2)$$

Indicando con ΔV la differenza di potenziale tra l'armatura positiva e quella negativa di ciascun condensatore sappiamo che per definizione si ha

$$C_A = \frac{Q_A}{\Delta V}, \quad C_B = \frac{Q_B}{\Delta V}, \quad (3)$$

dunque anche

$$Q_A = C_A \cdot \Delta V = 3C_B \cdot \Delta V = 3Q_B \quad (4)$$

Poiché evidentemente per il principio di conservazione della carica risulta

$Q_A + Q_B = Q = 60nC$, deduciamo i valori delle cariche $Q_A = 45nC$, $Q_B = 15nC$ e quindi sull'armatura A sarà indotta la carica negativa $Q_A^- = -45nC$ e sull'armatura B sarà indotta la carica negativa $Q_B^- = -15nC$.

3) La capacità totale del sistema dei due condensatori è

$$C_{tot} = C_A + C_B = 4C_B = 4\varepsilon_0 \frac{S}{d_1} = 4 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} Fm^{-1} \cdot \frac{0,80m^2}{9 \cdot 10^{-2}m} = 315 pF$$

L'energia immagazzinata nel sistema dei due condensatori si può ottenere facendo riferimento al condensatore equivalente ai due condensatori e risulta

$$U = \frac{1}{2} C_{tot} \cdot \Delta V^2 = \frac{1}{2} C_{tot} \cdot \left(\frac{Q}{C_{tot}} \right)^2 = \frac{Q^2}{2C_{tot}} = \frac{(60 \cdot 10^{-9} C)^2}{2 \cdot 315 \cdot 10^{-12} F} = \frac{36 \cdot 10^2 \cdot 10^{-18} C^2}{2 \cdot 315 \cdot 10^{-12} F} = 5,7 \cdot 10^{-6} J$$