

Statica dei corpi rigidi

Problema

Il sistema indicato in Fig.1 è in equilibrio statico. Sapendo che:

- il carico ha massa $m_1=20\text{Kg}$;
- l'asse di sostegno AB ha lunghezza 80cm, è omogeneo ed ha massa $m_2=5\text{ Kg}$;
- il tirante è agganciato nel punto M medio dell'asse AB;

determinare la tensione T cui è sottoposto il tirante e la forza R di reazione vincolare esercitata dalla parete.

Soluzione

Osservazione preliminare

Ai fini della soluzione del problema, riteniamo che le forze agenti sulle diverse parti meccaniche siano contenute tutte nello stesso piano verticale ed in questo piano scegliamo il sistema di riferimento cartesiano ortogonale xOy come indicato in figura Fig.1a, dove non è rappresentata la reazione vincolare R esercitata dalla parete sull'asse perché al momento non ne è nota la direzione.

Soluzione del problema

L'asse AB è in equilibrio se sono nulle la somma delle forze agenti e la somma dei momenti delle stesse. Sia R la reazione vincolare esercitata dalla parete nell'estremo A.

La prima condizione per le forze è:

$$\vec{R} + \vec{T} + m_1 \vec{g} + m_2 \vec{g} = 0 \quad (1)$$

Per la seconda condizione scegliamo come polo rispetto al quale calcolare i momenti l'estremo A. Nello scrivere la seconda condizione, dedotta dalla seconda equazione cardinale della statica, non riporteremo il momento

rispetto della reazione vincolare $\vec{R}$ perché è nullo. La relazione in questione è:

$$\vec{AM} \wedge \vec{T} + \vec{AB} \wedge m_1 \vec{g} + \vec{AM} \wedge m_2 \vec{g} = 0 \quad (2)$$

E' necessario risolvere il sistema composto dalle equazioni vettoriali (1) e (2) ed all'uopo è opportuno passare alle espressioni scalari corrispondenti.

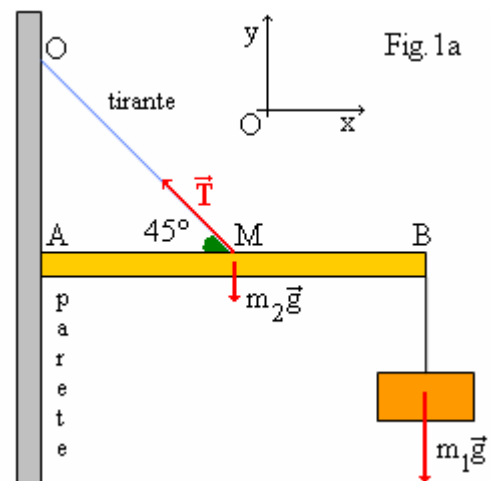
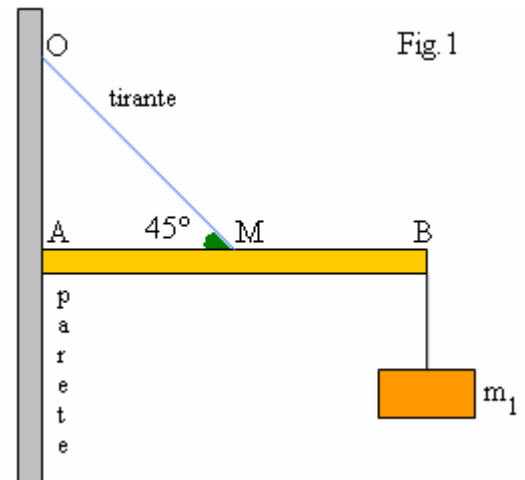
Per la (1) le soppressioni che si ottengono proiettandola scalarmene sugli assi coordinati sono

$$\begin{cases} R_x + T_x = 0 \\ R_y + T_y - m_1 g - m_2 g = 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Per quanto concerne la (2) ricordiamo che il modulo del momento di una forza rispetto ad un punto è uguale al prodotto dell'intensità della forza per il suo braccio, cioè per la distanza della retta di azione della forza dal punto rispetto al quale si calcola il momento.

Indicando per brevità con l la misura della lunghezza della barra AB e tenendo conto degli effetti dei momenti delle tre forze rispetto al polo fissato, l'espressione scalare diventa:

$$\frac{l}{2} \cdot T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - l \cdot m_1 g - \frac{l}{2} \cdot m_2 g = 0 \Rightarrow T = \sqrt{2} (2m_1 + m_2) g \quad (2.1)$$



Mettendo a sistema le (1.1) e la (2.2) ed elaborandolo si ricavano le espressioni seguenti:

$$\begin{cases} R_x = -T \cdot \cos 135^\circ \\ R_y = -T \cdot \sin 135^\circ + (m_1 + m_2)g \\ T = \sqrt{2}(2m_1 + m_2)g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_x = -T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 441,5N \\ R_y = -m_1g \approx -196N \\ T = \sqrt{2}(2m_1 + m_2)g \approx 624,3N \end{cases}$$

Osservazione

La reazione vincolare esercitata dalla parete sulla sbarra è una forza uscente dalla parete e diretta verso il basso. Queste conclusioni si deducono dal fatto che le componenti cartesiane nel sistema di riferimento xOy adottato sono rispettivamente positiva e negativa.