

Ottica geometrica

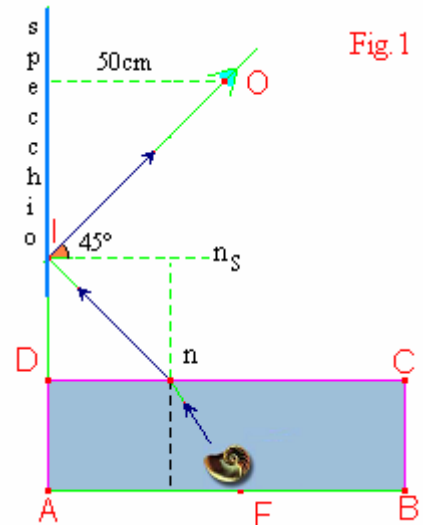
Una conchiglia invisibile

Problema

Un osservatore O si trova nei pressi di un acquario in cui la profondità dell'acqua è 28cm . Nell'acquario ci sono conchiglie, pesciolini, qualche sasso e della vegetazione. Sulla parete verticale adiacente all'acquario è sistemato uno specchio piano per consentire ai visitatori di osservare il contenuto dell'acquario. L'osservatore, trovandosi a distanza 50cm dallo specchio vi guarda nel punto I situato a 32cm al di sopra del piano della superficie libera dell'acqua contenuta nell'acquario; la direzione OI forma un angolo di 45° con la normale allo specchio. Da quella posizione l'osservatore riesce a vedere una conchiglia. In Fig.1 l'acquario è rappresentato dal rettangolo $ABCD$ e CD è la traccia sul piano del foglio della superficie libera dell'acqua.

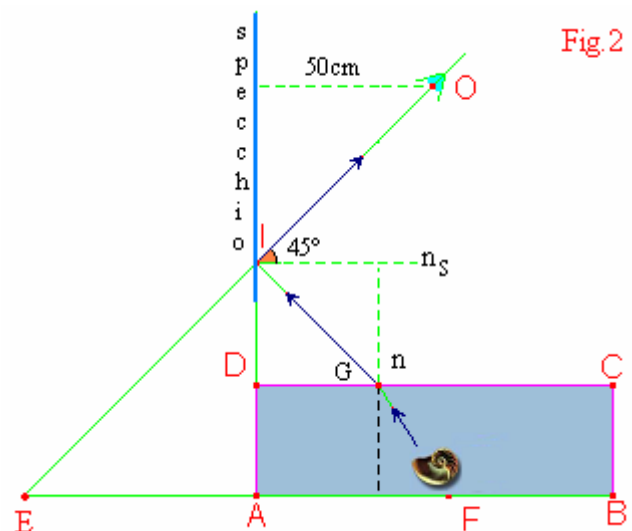
Assumendo uguali ad **1 (uno)** l'indice di rifrazione dell'aria e **1,33** quello dell'acqua, risolvere i quesiti che seguono.

- Indicato con F il punto della base dell'acquario in cui è poggiata la conchiglia, determinare la lunghezza del percorso seguito dal raggio di luce che parte da F e va a colpire l'occhio dell'osservatore precisando in particolare le ampiezze degli angoli formati con la normale alla superficie libera dell'acqua e la normale allo specchio.
- Visualizzare graficamente dove l'osservatore O vede la conchiglia, precisando se trattasi di un'immagine reale o virtuale e la distanza alla quale vede la conchiglia.
- Calcolare quanto tempo impiega un raggio di luce a coprire il percorso dalla conchiglia all'occhio dell'osservatore (velocità della luce nel vuoto $c=2,9979 \cdot 10^8 \text{m/s}$).



Soluzione

- I raggi di luce emessi dalla conchiglia e che vanno a colpire l'occhio dell'osservatore subiscono prima rifrazione nel punto G in cui emergono dall'acqua per entrare in aria e successivamente la riflessione nel punto I a causa dello specchio. L'osservatore, dalla sua posizione vedrà l'immagine virtuale della conchiglia, posizionata in E . Egli avrà l'impressione che i raggi di luce che provengono dalla conchiglia seguano un percorso rettilineo, non una spezzata. Nel successivo punto b) determineremo la distanza OE . Per le leggi della riflessione sappiamo che l'angolo formato dal raggio GI con la normale n_s al piano dello specchio misura 45° e dunque misura anche 45° l'angolo formato da GI con la normale n alla superficie libera dell'acqua. Questo è l'angolo di rifrazione del raggio emergente dall'acqua. Se indichiamo con θ_i l'angolo di incidenza che il raggio FG forma con la normale n , con n_{aria} , n_{acqua} gli indici di rifrazione assoluta dei due mezzi, per la legge di Snell possiamo scrivere



$$\frac{\overline{\sin\theta_i}}{\overline{\sin\theta_r}} = \frac{n_{aria}}{n_{acqua}} \rightarrow \overline{\sin\theta_i} = \overline{\sin 45^\circ} \cdot \frac{1}{1,33} \approx 0,532 \quad \rightarrow \quad \theta_i = \arcsen(0,532) \approx 32^\circ 7'$$

Lunghezza del percorso dei raggi di luce

Sapendo che la profondità dell'acqua nell'acquario è 28cm, la misura del segmento FG risulta

$$\overline{FG} = \frac{28cm}{\cos(32^\circ 7')} = 33,06cm$$

Tenendo ora presente che il punto I si trova 32 cm al di sopra della superficie dell'acqua dell'acquario e della distanza di 50cm dell'occhio dell'osservatore dal piano dello specchio, per i due segmenti GI, IO si ha

$$\overline{GI} = 32cm \cdot \sqrt{2} = 45,25cm; \quad \overline{IO} = 50cm \cdot \sqrt{2} = 70,71cm$$

La lunghezza del percorso è

$$l = \overline{FG} + \overline{GI} + \overline{IO} = 149,02m.$$

- b) Abbiamo già precisato che l'osservatore vedrà nel punto E l'immagine virtuale della conchiglia. La distanza alla quale la vede è pari alla misura del segmento EO. Osserviamo che il segmento AE=AI, perché il triangolo EAI è rettangolo isoscele, dunque

$$\overline{AE} = 28cm + 32cm = 60cm$$

La misura richiesta è

$$\overline{EO} = (60 + 50)cm \cdot \sqrt{2} = 155,56cm$$

- c) La luce viaggia nel vuoto con velocità $c=2,9979 \cdot 10^8 m/s$. Ricordiamo che l'indice di rifrazione di un mezzo trasparente rappresenta il rapporto tra la velocità con cui la luce viaggia nel vuoto e la velocità con cui la stessa viaggia nel mezzo. Nel testo del problema si indica di assumere uguale ad uno l'indice di rifrazione dell'aria, perciò in essa la velocità della luce sarà $c=2,9979 \cdot 10^8 m/s$. Nell'acqua invece la velocità di propagazione sarà diversa:

$$n_{acqua} = \frac{c}{v_{acqua}^{luce}} \rightarrow v_{acqua}^{luce} = \frac{c}{n_{acqua}} = \frac{2,9979 \cdot 10^8 m/s}{1,33} = 2,5541 \cdot 10^8 m/s$$

Calcolo dei tempi

$$\text{Tempo nell'acqua: } \Delta t_1 = \frac{\overline{FG}}{v_{acqua}^{luce}} = \frac{33,06cm}{2,5541 \cdot 10^8 m/s} = 0,1294 \cdot 10^{-8} s;$$

$$\text{Tempo nell'aria: } \Delta t_2 = \frac{\overline{GI} + \overline{IO}}{c} = \frac{45,25cm + 70,71cm}{2,9979 \cdot 10^8 m/s} = 0,3858 \cdot 10^{-8} s$$

$$\text{Tempo complessivo: } \Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 0,5152 \cdot 10^{-8} s \approx 5,2ns$$