

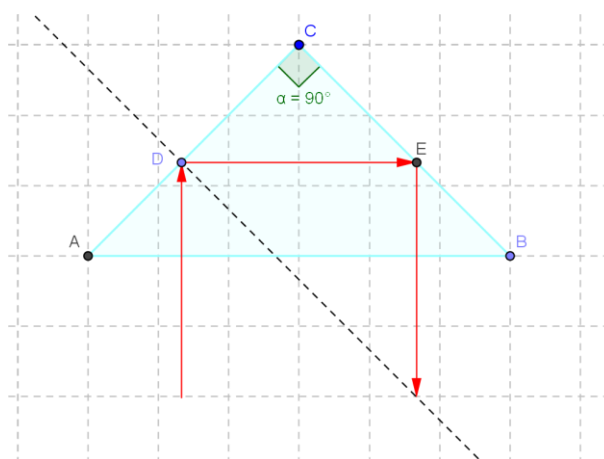
Ottica geometrica

Due problemi sulla rifrazione con prismi triangolari

Problema1

Un raggio di luce penetra in un prisma di vetro immerso in aria, la cui sezione normale è un triangolo rettangolo isoscele, dalla parte della faccia più estesa, perpendicolarmente alla faccia e subisce due riflessioni totali come indicato in figura.

Determinare il valore minimo dell'indice di rifrazione del vetro in modo che si verifichino le due riflessioni totali per il raggio indicato.

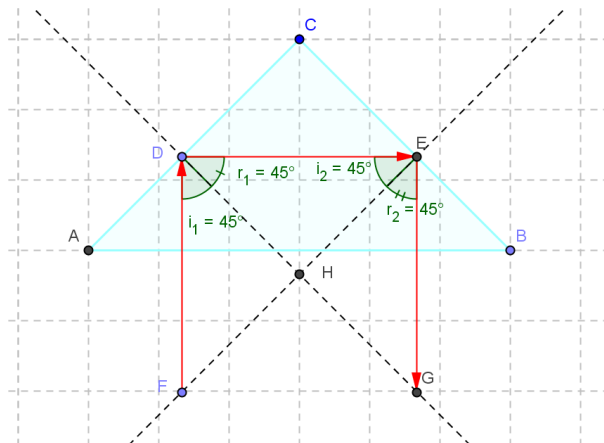


Soluzione

Osserviamo che nel punto di incidenza D, dove è indicata la normale alla faccia del prisma, verificandosi la riflessione totale, i raggi incidente e riflesso formano un angolo retto e dunque detti angoli (che sono uguali per la seconda legge della riflessione) misurano 45° ; da questa osservazione si deduce che l'angolo limite per il diottro vetro-aria deve essere minore di 45° . Ciò posto, indicato con θ_{lim} l'angolo limite per il diottro vetro-aria, è noto che

$$\frac{\sin(\theta_{\text{lim}})}{\sin(90^\circ)} = \frac{n_{\text{aria}}}{n_{\text{vetro}}} = \frac{1}{n_{\text{vetro}}}, \quad \text{da cui}$$

$$\sin(\theta_{\text{lim}}) = \frac{1}{n_{\text{vetro}}}, \quad \text{quindi} \quad \theta_{\text{lim}} = \arcsen\left(\frac{1}{n_{\text{vetro}}}\right)$$



Avendo precisato che deve risultare $\theta_{\text{lim}} < 45^\circ$ deduciamo che deve essere $\arcsen\left(\frac{1}{n_{\text{vetro}}}\right) < 45^\circ$, quindi

$$\frac{1}{n_{\text{vetro}}} < \sin(45^\circ), \quad \text{cioè} \quad \frac{1}{n_{\text{vetro}}} < \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \text{quindi} \quad n_{\text{vetro}} > \sqrt{2} \approx 1,414.$$

*** **

Problema2

Un raggio laser, proveniente dall'aria, incide su una faccia di un prisma di vetro, la cui sezione normale è un triangolo equilatero, in modo tale che il raggio rifratto attraversa il prisma con direzione parallela ad una delle altre due facce ed emerge dal prisma attraverso la terza faccia (Fig.1). Il vetro ha indice di rifrazione $n_v=1,42$. Determinare la deviazione θ subita dal raggio di luce nell'attraversamento del prisma.

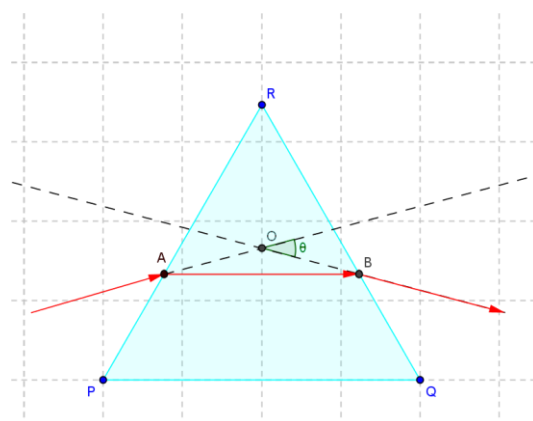


Figura 1

Soluzione

Per la risoluzione del problema completiamo la figura come indicato in Fig.2 e seguiamo i seguenti passi.

- 1) Nella rifrazione che ha luogo nel punto A l'angolo di rifrazione BAF misura 30° perché il raggio rifratto AB è parallelo alla base PQ del triangolo PQR e il triangolo PAF, rettangolo in A, ha l'angolo in P di 60° e quello in F di 30° . Dunque per la legge della rifrazione possiamo scrivere

$$\frac{\sin(\hat{i}_1)}{\sin(30^\circ)} = \frac{n_v}{n_{aria}} \text{ da cui; assumendo l'indice}$$

di rifrazione dell'aria uguale ad uno, segue

$$\sin(\hat{i}_1) = n_v \cdot \sin(30^\circ) = 1,42 \cdot \frac{1}{2} = 0,71, \text{ quindi } \hat{i}_1 = \arcsen(0,71) = 45^\circ 15'.$$

- 2) Nella seconda rifrazione, una volta tracciata la normale nel punto di incidenza B, si osserva dal triangolo QBE che l'angolo di incidenza misura 30° , quindi, indicando con $\hat{r}_2$ l'angolo di rifrazione, si ha

$$\frac{\sin(30^\circ)}{\sin(\hat{r}_2)} = \frac{n_{aria}}{n_v} \rightarrow \sin(\hat{r}_2) = n_v \cdot \sin(30^\circ) = 1,42 \cdot \frac{1}{2} = 0,71, \text{ quindi}$$

$$\hat{r}_2 = \arcsen(0,71) = 45^\circ 15'.$$

- 3) Deviazione del raggio nella rifrazione

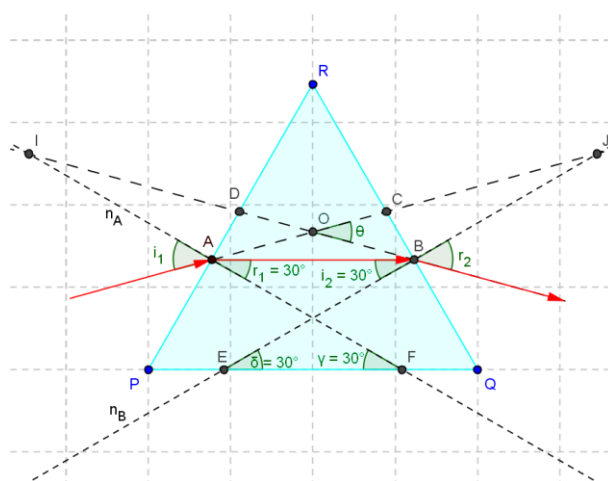


Figura 2

Dalla figura si deduce che:

per l'angolo CAB $CAB = CAF - BAF = \hat{i}_1 - 30^\circ = 45^\circ 15' - 30^\circ = 15^\circ 15';$

per l'angolo ABD $ABD = DBE - ABE = \hat{r}_2 - 30^\circ = 45^\circ 15' - 30^\circ = 15^\circ 15'.$

Osserviamo ora che l'angolo $\theta = COB$ di deviazione del raggio di luce è esterno rispetto al triangolo AOB (che risulta isoscele su AB) e quindi la sua ampiezza è uguale alla somma degli angoli interni non adiacenti, dunque

$$COB = CAB + ABD = 15^\circ 15' + 15^\circ 15' = 30^\circ 30'$$