

Ottica fisica

Diffrazione attraverso una singola fenditura

Problema_1

Un fascio di luce verde di lunghezza d'onda 550nm colpisce in direzione normale una singola fenditura. Calcolare la larghezza W della fenditura sapendo che per effetto della diffrazione si forma su uno schermo posto a distanza $d=2,00m$ un massimo centrale largo 3,0cm .

Soluzione

Osserviamo che la **prima frangia scura** sullo schermo si forma nella direzione individuata dall'angolo θ formato con la normale allo schermo uscente dalla fenditura legato alla distanza h dal centro della fascia luminosa centrale dalla relazione

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{h}{d}, \text{ con } h=1,5\text{cm};$$

$$\text{dunque } \operatorname{tg}\theta = \frac{h}{d} = \frac{1,5\text{cm}}{2,00\text{m}} = 0,0075$$

D'altra parte, dalla formula $W \cdot \operatorname{sen}\theta = \lambda$, che lega la larghezza W della fenditura e la lunghezza d'onda λ del fascio di luce incidente si ricava

$$W = \frac{\lambda}{\operatorname{sen}\theta}, \text{ quindi}$$

$$W = \frac{\lambda}{\operatorname{tg}\theta} \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\theta} =$$

$$\frac{550 \cdot 10^{-9} \text{m}}{7,5 \cdot 10^{-3}} \cdot \sqrt{1 + (7,5 \cdot 10^{-3})^2} = 73,3 \cdot \mu\text{m}$$

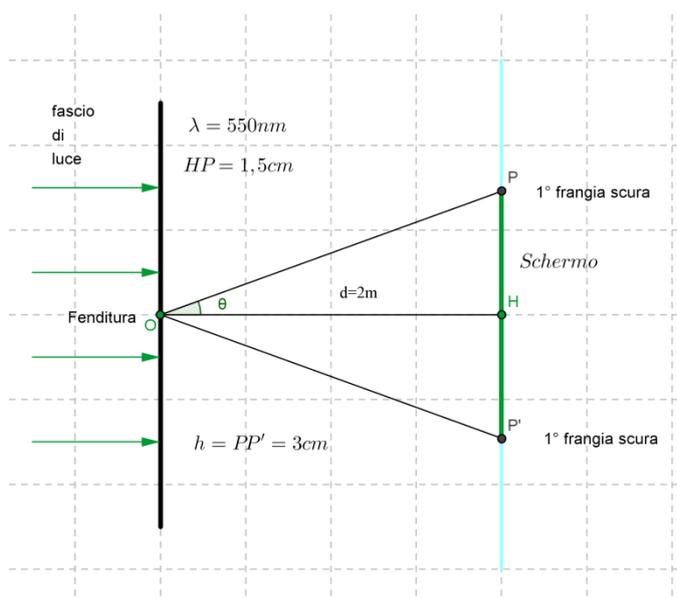


Figura 1- Diffrazione di un fascio di luce verde attraverso una fenditura. La figura realizzata non è in scala.

*** **

Problema_2

- 1) Determinare la larghezza della singola fenditura attraverso la quale passa un fascio di luce monocromatica di lunghezza d'onda $\lambda=690 \text{ nm}$ che produce il primo minimo di diffrazione su uno schermo disposto perpendicolarmente alla direzione del fascio di luce nelle posizioni P, P' sapendo che le direzioni OP, OP' formano con la direzione del fascio di luce angoli di ampiezza 20° .
- 2) Sapendo che la distanza lineare sullo schermo delle frange scure del primo ordine dal punto H , piede della perpendicolare condotta dal centro O della fenditura allo Schermo S , è di 20 cm, calcolare la distanza dello schermo dalla fenditura.
- 3) Calcolare la distanza tra i due punti sullo schermo in cui si formano le frange oscure del secondo ordine.

Soluzione

Siano:

- W la larghezza della fenditura
- d la distanza dello schermo dalla fenditura
- θ l'ampiezza degli angoli formati dalle direzioni OP , OP' con la direzione OH , essendo P e P' i punti dello schermo simmetrici rispetto ad H , in cui si formano le prime frange di interferenza scure.

1) Sappiamo che la formazione della prima frangia scura si forma nella direzione θ tale che

$$\frac{W}{2} \cdot \text{sen}\theta = \frac{\lambda}{2}, \text{ da cui } W \cdot \text{sen}\theta = \lambda, \text{ quindi deve essere } W = \frac{\lambda}{\text{sen}\theta}.$$

Utilizzando i valori noti otteniamo

$$W = \frac{\lambda}{\text{sen}\theta} = \frac{690\text{nm}}{\text{sen}20^\circ} = \frac{690\text{nm}}{0,34202} \approx 2017\text{nm} \approx 2,02 \cdot \mu\text{m}$$

2) Distanza OH . Nel triangolo rettangolo OHP è nota l'ampiezza dell'angolo θ e del cateto HP , quindi si ha

$$\overline{HP} = \overline{OH} \cdot \text{tg}\theta, \text{ da cui } \overline{OH} = \frac{\overline{HP}}{\text{tg}\theta} = \frac{20\text{cm}}{\text{tg}20^\circ} \approx 54,9\text{cm}$$

3) Distanza tra le frange scure del secondo ordine.

La seconda frangia scura si forma nella direzione θ tale che

$$\frac{W}{4} \cdot \text{sen}\theta = \frac{\lambda}{2}, \text{ da cui } \text{sen}\theta = \frac{2\lambda}{W}.$$

Detta h la distanza tra le due frange scure del secondo ordine risulta

$$\frac{h}{2} = d \cdot \text{tg}\theta \rightarrow$$

$$h = 2d \cdot \text{tg}\theta = 2d \cdot \frac{\text{sen}\theta}{\sqrt{1 - \text{sen}^2\theta}} =$$

$$2d \cdot \frac{\frac{2\lambda}{W}}{\sqrt{1 - \frac{4\lambda^2}{W^2}}} = \frac{4d\lambda}{\sqrt{W^2 - 4\lambda^2}} =$$

$$\frac{4 \cdot 54,9\text{cm} \cdot 690 \cdot 10^{-9}\text{m}}{\sqrt{(2,02 \cdot 10^{-6})^2 - 4(690 \cdot 10^{-9})^2}} = \frac{4 \cdot 54,9 \cdot 690 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{2,02^2 \cdot 10^{-12} - 4 \cdot 690 \cdot 10^{-18}}} \text{cm} = \frac{1,515 \cdot 10^{-4}}{10^{-6} \sqrt{2,02^2 - 2760 \cdot 10^{-6}}} \text{cm}$$

$$\approx 75,0\text{cm}$$

Nella figura le frange scure del secondo ordine si formano nei punti Q e Q' .

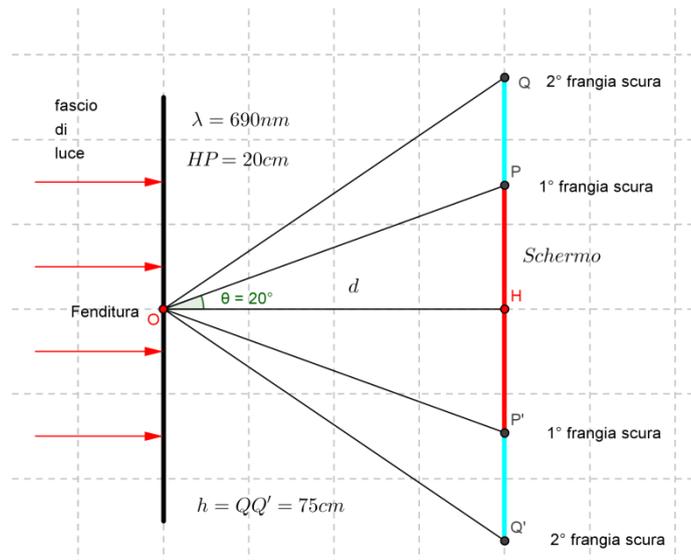


Figura 2-Diffrazione attraverso una singola fenditura. La figura è in scala.