

Dinamica dei fluidi

Applicazione della legge di Poiseuille

Problema⁽¹⁾ (Attenzione ai danni provocati dal fumo)

Il fumo ha effetti dannosi sul sistema circolatorio perché riduce la capacità del sangue di trasportare ossigeno. Per mantenere l'apporto di ossigeno il corpo aumenta la produzione di globuli rossi e ciò determina un aumento della viscosità del sangue. Inoltre, la nicotina contenuta nel tabacco provoca la restrizione dei vasi, riducendone la sezione. In un non fumatore il sangue ha la viscosità di $2,5 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$ e il normale flusso sanguigno richiede una differenza di pressione di $1,1 \cdot 10^3 Pa$ tra i due estremi di un'arteria. In un fumatore abituale la viscosità del sangue aumenta a $2,7 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$ e il diametro delle arterie si riduce⁽²⁾ al 90% del valore normale.

Quale differenza di pressione è necessaria per mantenere lo stesso afflusso di sangue nel fumatore?

Elaborazioni

Premessa

Ricordiamo che se in un tubo di lunghezza L , sezione costante A , scorre un fluido di coefficiente viscoso η e si vuole che nel tubo sia assicurata la portata Q allora tra gli estremi del tubo deve esserci la differenza di pressione

$$P_1 - P_2 = \frac{8\pi\eta \cdot L}{A^2} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{8\pi\eta \cdot L}{A^2} \cdot Q$$

Nel caso in cui il tubo sia a sezione circolare, indicando con r la misura del raggio di una sezione normale, risulta $A = \pi r^2$ e la formula diventa:

$$P_1 - P_2 = \frac{8\pi\eta \cdot L}{A^2} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{8\pi\eta \cdot L}{(\pi r^2)^2} \cdot Q = \frac{8\eta \cdot L}{\pi r^4} \cdot Q$$

*** **

Per risolvere il quesito del problema applichiamo la legge descritta sopra (legge di Poiseuille).

In riferimento all'arteria, siano dunque L la lunghezza del tratto di arteria ed r il raggio di una sua sezione normale. Applicando la legge ad una persona che non fuma si ha:

$$P_1 - P_2 = \frac{8\eta \cdot L}{\pi r^4} \cdot Q$$

ed è noto che il valore della differenza di pressione agli estremi del tratto di arteria è $P_1 - P_2 = 1,1 \cdot 10^3 Pa$ (dato fornito nel testo del problema).

⁽¹⁾ Problema n.24 riportato a pag. 334 sul testo: Fisica, Modelli teorici e problem solving, - Vol.1- Autore James S. Walker- Editore linx

⁽²⁾ Nel testo del problema descritto nella precedente nota 1 si legge <<il diametro delle arterie si riduce del 90% rispetto al valore normale>>. Chiaramente si tratta di un << errore di trascrizione>>, perché in questo caso il valore di ΔP sarebbe circa 10.800 volte il valore $\Delta P = 1,1 \cdot 10^3 Pa$, cosa evidentemente non realistica.

Dobbiamo calcolare quale deve essere la differenza di pressione che deve essere assicurata agli estremi di un tratto di arteria avente la stessa lunghezza e la stessa sezione nell'ipotesi che questa sia una parte del corpo di un fumatore, per il quale è noto che il sangue, arricchito di globuli rossi, ha come coefficiente di viscosità $\eta'=2,7 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ e sapendo che il diametro dell'arteria si è ridotto, a causa della nicotina, al 90% del valore proprio del diametro della corrispondente arteria presente nel corpo di un non fumatore.

L'applicazione della legge permette di precisare quale deve essere la differenza di pressione che il corpo umano deve assicurare agli estremi dell'arteria suddetta affinché alla parte dell'organismo umano che la stessa arteria serve sia assicurata la stessa portata di sangue Q , cioè nel tempo unitario arrivi la stessa quantità Q indicata nella legge⁽³⁾. Indichiamo con $\Delta P'$ la differenza di pressione necessaria tra gli estremi dell'arteria e con r' la misura del raggio della sezione normale libera (dalle incrostazioni presenti sulle pareti dell'arteria).

Prima di applicare la legge notiamo che:

- a) Il coefficiente di viscosità del sangue del fumatore è maggiore di quello di un non fumatore. Il loro rapporto vale

$$\frac{\eta'}{\eta} = \frac{2,7 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}}{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}} = \frac{27}{25} = 1,08 \rightarrow \eta' = 1,08\eta$$

- b) Il raggio r' della sezione normale dell'arteria del fumatore è pari ad 9/10 del raggio della sezione normale di un non fumatore: $r' = 0,9r$.

Applichiamo ora la legge indicata. Si ha:

$$\Delta P' = \frac{8\eta' \cdot L}{\pi(r')^4} \cdot Q = \frac{8 \cdot 1,08 \cdot \eta \cdot L}{\pi(0,9r)^4} \cdot Q = \frac{1,08}{0,9^4} \cdot \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot r^4} \cdot Q$$

a questo punto notiamo che l'espressione

$$\frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot r^4} \cdot Q$$

rappresenta il valore della differenza di pressione tra gli estremi dell'arteria in esame per un non fumatore (dato contenuto nel testo del problema) e vale $1,1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$; pertanto si ha

$$\Delta P' = \frac{1,08}{0,9^4} \cdot \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot r^4} \cdot Q \approx 1,646 \cdot (1,1 \cdot 10^3 \text{ Pa}) = 1,81 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

Il lettore verifichi che se il diametro dell'arteria si riduce al 94,3% del valore normale allora la differenza di pressione che assicura nell'arteria la stessa portata è $\Delta P' = 1,50 \cdot 10^3 \text{ Pa}$.

Link al sito del Ministero della Salute sui danni provocati dal fumo: [link](#).

⁽³⁾ **L'organo umano che deve garantire la necessaria differenza di pressione è il cuore.** Poiché come vedremo il valore $\Delta P'$ che si determinerà è maggiore di quello necessario per un non fumatore, evidentemente il cuore del fumatore sarà sottoposto ad un sforzo maggiore nell'unità di tempo rispetto allo sforzo cui è sottoposto il cuore di un non fumatore.