

Studio di una rete elettrica

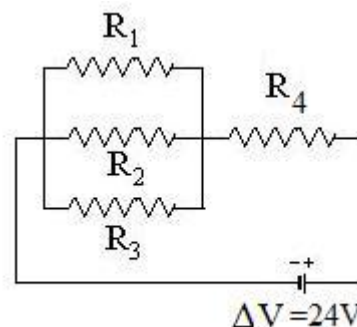
Potenza dissipata ed effetto Joule

Problema⁽¹⁾

In relazione alla rete elettrica illustrata in figura è noto che $R_1=3\Omega$, $R_2=6\Omega$, $R_4=2,4\Omega$. La differenza di potenziale ai capi del generatore mentre la rete è in esercizio è 24V.

Quesiti

- Determinare l'intensità della resistenza R_3 sapendo che la resistenza totale della rete è 4Ω .
- Determinare l'intensità della corrente I che attraversa il generatore e le correnti che attraversano le singole resistenze R_1 , R_2 , R_3 .
- Determinare la potenza complessiva assorbita dalla rete elettrica.
- Nell'ipotesi che la rete resti in esercizio per 10min, calcolare la quantità di calore prodotto per effetto Joule dalla resistenza R_3 .



Soluzione

- a) Calcoliamo la resistenza equivalente R_{eq} alle tre resistenze R_1 , R_2 , R_3 in funzione di R_3 , che per brevità nelle elaborazioni indichiamo con x :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{x} \right) \Omega^{-1} = \frac{x+2}{2x} \Omega^{-1} \rightarrow R_{eq} = \frac{2x}{x+2} \Omega$$

La resistenza complessiva della rete si ottiene sommando R_{eq} con R_4 e poiché è noto che il valore di detta resistenza è 4Ω si ha:

$$R_{eq} + R_4 = \left(\frac{2x}{x+2} + 2,4 \right) \Omega = 4\Omega \rightarrow \frac{2x}{x+2} = 1,6 \rightarrow x = 8$$

Concludiamo che $R_3 = 8\Omega$.

- b) Per trovare l'intensità della corrente che attraversa il generatore basta applicare la prima legge di Ohm, tenendo conto della resistenza complessiva della rete.

$$\Delta V = R_{tot} \cdot I \rightarrow I = \frac{\Delta V}{R_{tot}} = \frac{24V}{4\Omega} = 6A$$

Calcolo dei valori delle correnti che attraversano le resistenze: R_1 , R_2 , R_3

Siano I_1 , I_2 , I_3 rispettivamente le intensità delle correnti in oggetto.

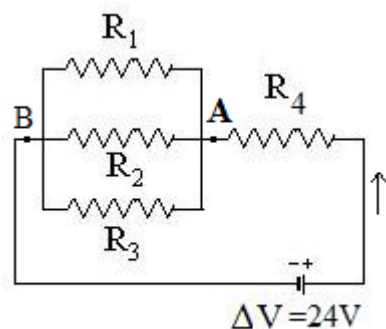
La corrente I giunta al nodo A (vedere figura) si suddivide nelle tre correnti I_1 , I_2 , I_3 , perciò sussiste l'uguaglianza:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I \quad (\text{principio dei nodi}). \quad (1)$$

D'altra parte, essendo le tre resistenze collegate in parallelo risulta anche

$$V_A - V_B = R_1 I_1 = R_2 I_2 = R_3 I_3 \quad (2)$$

Da uguaglianze (2) si ricava che



⁽¹⁾ Problema assegnato nel compito in classe F3_5I-20110312



$$I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2} = \frac{3\Omega I_1}{6\Omega} = \frac{1}{2} I_1; \quad I_3 = \frac{R_1 I_1}{R_3} = \frac{3}{8} I_1$$

e sostituendo queste relazioni nell'equazione (1), con $I = 6A$ si ricava l'equazione

$$I_1 + \frac{1}{2} I_1 + \frac{3}{8} I_1 = I \rightarrow I_1 = \frac{8}{15} I = \frac{8}{15} \cdot 6A = 3,2A. \text{ Per le altre due correnti risulta:}$$

$$I_2 = 1,6A, \quad I_3 = 1,2A.$$

c) La potenza assorbita dalla rete è: $P = R_{tot} \cdot I^2 = 4\Omega \cdot 36A^2 = 144W$

d) La quantità di calore prodotto per effetto Joule nell'intervallo in cui la rete rimane attiva vale:

$$Q_{Calore} = P \cdot \Delta t = 144W \cdot 10 \cdot 60s = 86.400J = 8,64 \cdot 10^4 J$$

