

Sulla resistenza dei conduttori ohmici

Problema⁽¹⁾

Un filo di rame lungo 20m ha come misura del diametro di una sua sezione normale $d_1 = 1,0\text{mm}$. Il diametro della sezione normale di un filo di alluminio è $d_2 = 1,5\text{mm}$.

Quesiti

- Determinare la lunghezza che deve avere il filo di alluminio affinché la sua resistenza sia uguale a quella del filo di rame, nell'ipotesi che i conduttori siano alla temperatura di 20°C.
- Determinare la resistenza del conduttore che si ottiene saldando in serie il filo di alluminio con il filo di rame.
- Scrivere la legge che indica come varia la resistività di un conduttore in funzione della temperatura di esercizio e determinare la resistenza del conduttore composto dal solo filo di rame se viene impiegato in un circuito per il quale la temperatura di esercizio è 40°C.

Valori di riferimento

Rame: Resistività a 20°C: $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$

Coefficiente termico della resistività a 20°C: $\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Alluminio: Resistività a 20°C: $\rho = 2,8 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$

Soluzione

- a) Ricordiamo che la resistenza di un conduttore filiforme con sezione costante dipende: dal tipo di materiale secondo un coefficiente ρ noto come resistività del materiale, dalla lunghezza l e dalla sezione A secondo la legge: $R = \rho \frac{l}{A}$. Ciò premesso, possiamo esprimere la resistenza dei due conduttori in funzione dei parametri resistività, lunghezza ed area della sezione dei due fili; uguagliando le espressioni ottenute si determina un'equazione dalla quale si ricava la lunghezza del filo di alluminio.

$$\text{Resistenza del filo di rame: } R_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot \frac{l_1}{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2} = \rho_{Cu} \cdot \frac{4l_1}{\pi d_1^2}$$

$$\text{Resistenza del filo di alluminio: } R_{Al} = \rho_{Al} \cdot \frac{l_x}{\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \rho_{Al} \cdot \frac{4l_x}{\pi d_2^2}$$

Tendo conto che la misura del diametro della sezione del filo di alluminio è 1,5 volte quella del diametro di una sezione normale del filo di rame, ed uguagliando i due valori si ha:

$$\rho_{Al} \cdot \frac{4l_x}{\pi d_2^2} = \rho_{Cu} \cdot \frac{4l_1}{\pi d_1^2} \rightarrow l_x = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} \cdot \frac{l_1}{d_1^2} \cdot 1,5d_1^2 = \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}}{2,8 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}} \cdot 20\text{m} \cdot \frac{9}{4} \approx 26,8\text{m}$$

- b) Saldando in serie i due fili si ottiene un nuovo conduttore la cui resistenza è uguale alla somma delle resistenze dei singoli conduttori. D'altra parte, la resistenza del filo di alluminio è uguale a quella del filo di rame, perciò, nell'ipotesi che i due fili si rovinino alla temperatura di 20°C, la resistenza del nuovo conduttore è:

$$R_{Tot} = 2R_{Cu} = 2\rho_{Cu} \cdot \frac{l_{Cu}}{A_{Cu}} = 2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m} \cdot \frac{20\text{m}}{\pi \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}\text{m}^2} \simeq 0,866\Omega$$

⁽¹⁾ Problema assegnato nel compito in classe F3_5I-20110312



- c) La legge richiesta per la resistività è la seguente: $\rho = \rho_{20} [1 + \alpha (t - 20^\circ \text{C})]$, con α coefficiente termico dipendente dal materiale; poiché la resistività dei conduttori aumenta con l'aumentare della temperatura alla quale si trovano, al fine di trovare la resistenza del filo di rame quando questo si trova alla temperatura di 40°C , si deve trovare il corrispondente valore della resistività da utilizzare nella legge:

$$R = \rho_{\text{Cu}} (t = 40^\circ \text{C}) \cdot \frac{l_{\text{Cu}}}{A_{\text{Cu}}}$$

$$\rho_{\text{Cu}} (t = 40^\circ \text{C}) = \rho_{20} [1 + \alpha (40 - 20^\circ \text{C})] = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m} [1 + 3,9 \cdot 10^{-3} \cdot 20] = 1,833 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$$

Il valore della resistenza richiesta per il filo di rame è:

$$R = \rho_{\text{Cu}} (t = 40^\circ \text{C}) \cdot \frac{l_{\text{Cu}}}{A_{\text{Cu}}} = 1,833 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m} \cdot \frac{20 \text{m}}{\pi (0,5 \cdot 10^{-3} \text{m})^2} \simeq 0,467 \Omega$$

