

Sull'induzione elettromagnetica

Anello conduttore ad espansione

Problema

Un anello circolare di materiale conduttore elastico ha raggio iniziale $r=5\text{cm}$ ed è immerso in un campo di induzione magnetica uniforme B_0 di intensità $1,5\text{T}$ perpendicolare al piano dell'anello. Tramite un processo meccanico si avvia una dilatazione dell'anello facendo aumentare la misura del raggio di 2cm al secondo.

Q1) Determinare l'intensità della forza elettromotrice indotta nell'anello durante il processo di deformazione.

Q2) Assimilando l'anello ad una circonferenza, è noto che la sua lunghezza può essere aumentata fino a 14 volte il valore iniziale⁽¹⁾. Nell'ipotesi che il processo di deformazione duri il tempo necessario affinché la lunghezza dell'anello diventi 5 volte quella iniziale, determinare:

a) la durata del tempo di dilatazione dell'anello;

b) i valori della forza elettromotrice indotta nell'istante iniziale dell'avvio del processo e dopo 4 secondi dall'inizio.

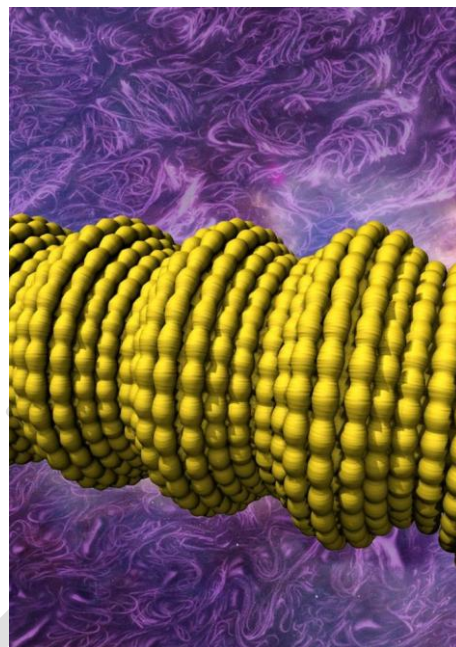


Figura 1-Immagine di fibre super-elastiche conduttrici tratta dal sito <https://www.galileonet.it> > [Fisica e Matematica](#)

Elaborazioni

Siano:

r_0 la misura del raggio dell'anello elastico nella configurazione iniziale;

$V=2\text{cm/s}$ la velocità con cui aumenta la lunghezza del raggio dell'anello;

$r(t)$ la misura del raggio dell'anello dopo t secondi dall'avvio della deformazione.

Q1) La lunghezza $r(t)$ del raggio dell'anello è espressa dalla legge

$$r(t)=r_0+v(\text{cm/s})\cdot t(\text{s})$$

Il flusso del campo di induzione magnetica concatenato con l'anello è $\Phi(t)=\pi \cdot r^2(t) \cdot B_0$, quindi variabile e conseguentemente durante il processo meccanico per la legge di Faraday-Neumann-

⁽¹⁾ Si riporta uno stralcio della notizia tratta dal sito <https://www.galileonet.it> > Fisica e Matematica, pubblicata il 27-07-2015.

<<...Sono delle **fibre super-elastiche** e in grado di **condurre elettricità**, appena sviluppate da un'équipe di ricerca della **University of Texas at Dallas**, dalle proprietà stupefacenti: possono essere allungate (reversibilmente) fino a **14 volte** rispetto alla loro dimensione iniziale e la loro conduttività aumenta di **200 volte** con la lunghezza. La scoperta è stata [pubblicata sulla rivista Science](#)>>

Lenz nell'anello insorge una forza elettromotrice f_{elm} il cui modulo è pari alla rapidità con cui varia il flusso del campo magnetico concatenato risultando:

$$f_{elm} = \left| -\frac{d\Phi(t)}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} (\pi r^2(t) \cdot B_0) \right| = \left| \frac{d}{dt} (\pi (r_0 + v \cdot t)^2 \cdot B_0) \right| = 2\pi (r_0 + v \cdot t) \cdot v B_0. \quad (1)$$

Q2a) La lunghezza dell'anello durante la deformazione nell'istante $t(s)$ è $L(t)$

$$L(t) = 2\pi r(t) = 2\pi (r_0 + v \cdot t) \quad (2)$$

Il rapporto tra la lunghezza istantanea $L(t)$ e quella iniziale $L(0s) = 2\pi r_0$ è

$$\frac{L(t)}{L(0s)} = \frac{2\pi (r_0 + v \cdot t)}{2\pi r_0} = \frac{r_0 + v \cdot t}{r_0} \quad (3)$$

Si determina la durata del processo di espansione dell'anello imponendo che il precedente rapporto (3) abbia valore 5; dunque

$$\frac{r_0 + v \cdot t}{r_0} = 5 \rightarrow t = \frac{4r_0}{v} = \frac{4 \cdot 5cm}{2cm \cdot s^{-1}} = 10s \quad (\text{durata del processo di espansione dell'anello}).$$

Q2b) I valori richiesti della forza elettromotrice indotta sono:

nell'istante iniziale $t=0s \rightarrow f_{elm}(0s) = 2\pi r_0 \cdot v B_0 = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-2} m \cdot 2 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s} \cdot 1,5T \approx 9,4mV$

nell'istante $t=4s \rightarrow f_{elm}(4s) = 2\pi (r_0 + v \cdot t) \cdot v B_0 = 2\pi \left(5cm + \frac{2cm}{s} \cdot 4s \right) \cdot \frac{2cm}{s} \cdot 1,5T =$
 $2\pi \cdot 13 \cdot 10^{-2} m \cdot \frac{2 \cdot 10^{-2} m}{s} \cdot 1,5T = 244,92 \cdot 10^{-4} V \approx 24,5mV$