Induttanza di un solenoide
(Nota teorica e due esempi)

Consideriamo un solenoide di forma cilindrica formato da N spire distribuite su una lunghezza *l* ed avente sezione di area A.



Quando il solenoide è inserito in un circuito e nello stesso inizia a circolare corrente, questa crea un campo magnetico il cui flusso attraverso le spire del solenoide non raggiunge subito il valore di regime, quindi varia. La rapidità con cui varia detto flusso determina nelle spire del solenoide una forza elettromotrice indotta che tende ad opporsi all'aumento del campo magnetico all'interno del solenoide e questa opposizione è tanto più forte quanto maggiore è il <<coefficiente di autoinduzione>> del solenoide, indicato con L e denominato **induttanza**.
La legge di Faraday permette di legare l'intensità della forza elettromotrice indotta con la rapidità della variazione di flusso concatenato con il solenoide formato da N spire.

$$\mathcal{E} = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \qquad (1)$$

Osserviamo ora che il campo magnetico creato nel solenoide è direttamente proporzionale all'intensità della corrente che vi circola, così la variazione di flusso del campo magnetico, rimanendo invariata la geometria della configurazione del solenoide, sarà direttamente proporzionale alla rapidità con cui varia l'intensità di corrente. Si può pensare di scrivere anche

$$\mathcal{E} = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right| \qquad (2)$$

Essendo L un coefficiente proprio della struttura elettrica solenoide. L è detto **coefficiente di autoinduzione** del solenoide, o semplicemente induttanza del solenoide.
Dal confronto delle relazioni (1) e (2) si deduce la relazione

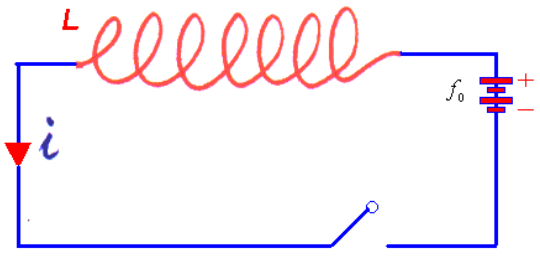
$$L = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta I}\right| \qquad (3)$$

L'unità di misura dell'induttanza è l'henry[1]. Si può dedurre il legame tra questa unità di misura ed altre proprie unità utilizzate in elettromagnetismo. Osserviamo che

$$L = f_{elm.}\left|\frac{\Delta t}{\Delta I}\right| \rightarrow [L] = \left[f_{elm.}\left|\frac{\Delta t}{\Delta I}\right|\right] \rightarrow Henry = Volt \cdot \frac{Secondo}{Ampere}$$

Le induttanze che si trovano in laboratori sono dell'ordine di qualche millihenry.

Esempio_1



Una bobina di un elettromagnete ha un'induttanza di 1,7mH ed è inserita in un circuito. La bobina è percorsa dalla corrente costante di 5,6A allorché si apre l'interruttore e in Δt secondi la corrente si azzera. Nell'ipotesi che la forza elettromotrice media indotta che si registra sia $f_{elm.}$=7,3V, determinare la durata Δt dell'intervallo di tempo in cui si realizza il fenomeno.

Soluzione

Dalla relazione (2) si ricava

[1] Il nome dell'unità di misura dell'induttanza è stato scelto in onore del fisico americano Joseph Henry (1797-1878)

$$\Delta t = \frac{L \cdot |\Delta I|}{f_{elm.}} = \frac{1,7 \cdot 10^{-3} H \cdot 5,6A}{7,3V} = 1,3ms$$

Vogliamo far vedere che *l'induttanza del solenoide è una caratteristica elettrotecnica* dipendente oltre che dal numero di spire che compongono il solenoide, anche dalla sezione di queste e dalla lunghezza *l* del solenoide, quindi, anche dalla forma del solenoide.

Pensiamo ad un solenoide cilindrico formato da N avvolgimenti, ciascuno dei quali racchiudente una superficie di area A, distribuiti su una lunghezza *l* ; il solenoide sia percorso dalla corrente I. Sappiano che l'intensità del campo magnetico B_0 nello spazio interno al solenoide è pressoché uniforme; le linee di forza del campo sono parallele all'asse di simmetria del solenoide. L'espressione del campo è

$$B_0 = \mu_0 \frac{N}{l} I \qquad (4)$$

Il flusso del campo magnetico B_0 attraverso le N spire del solenoide vale

$$\Phi = B_0 \cdot A \cdot N \qquad (5)$$

Ebbene, pensiamo a ciò che avviene nei Δt secondi tra l'apertura dell'interruttore e l'azzeramento della corrente nel solenoide. Il flusso del campo magnetico passa dal valore espresso dalla (5) al valore zero e utilizzando l'espressione (3) per l'induttanza possiamo scrivere

$$L = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta I}\right| = N\frac{|0 - B_0 A|}{|0 - I|} = N\frac{B_0 A}{I} = \frac{AN}{I} \cdot \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 \frac{AN^2}{l}$$

Dunque per l'induttanza **L** del solenoide si ha

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{l} \qquad (6)$$

Volendo far comparire nella legge dell'induttanza il numero *n* di avvolgimenti per unità di lunghezza, cioè con *n*=N/*l*, si ha

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{l} = \mu_0 A\left(\frac{N}{l}\right)^2 l = \mu_0 A n^2 l \qquad (7)$$

Osservazione

La quantità **A*l*** rappresenta il volume racchiuso dal solenoide. Possiamo affermare che fissato il numero di spire per unità di lunghezza, l'induttanza di un solenoide è direttamente proporzionale al volume del solenoide.

Esempio_2

Un solenoide con 500 spire è lungo 8cm. La corrente aumenta nel solenoide da 0A a 2,5A in 0,35s e si osserva una forza elettromotrice indotta di 0,012V. Trovare:

a) l'induttanza del solenoide;
b) l'area della sezione del solenoide.

Soluzione

Valore dell'induttanza

Dalla (2) si ha

$$L = f_{elem.} \cdot \frac{1}{\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|} = \frac{0,012V}{(2,5A/0,35s)} = 1,7mH$$

Valore della sezione

Dalla (6) ricaviamo

$$A = \frac{L \cdot l}{\mu_0 \cdot N^2} = \frac{1,7 \cdot 10^{-3} H \cdot 8 \cdot 10^{-2} m}{4\pi \cdot 10^{-7} Tm \cdot A^{-1} \cdot 500^2} = 4,3 \cdot 10^{-4} m^2$$