

Una giostra con le catene (Moto circolare uniforme)

Problema

Le seggiola di una piattaforma girante (una giostra) ruotano con velocità di 36Km/h allorché ciascuna seggiola si trova a distanza di 8m dal centro di rotazione.

- Determinare l'ampiezza dell'angolo che la direzione della catenella che regge ciascuna seggiola forma con la verticale per punto di aggancio della seggiola alla catenella.
- Determinare la tensione cui è sottoposta la catenella nell'ipotesi che sulla seggiola sia alloggiato un ragazzo di massa 48Kg e la massa della seggiola sia 2Kg.

Soluzione

Facciamo riferimento alla figura riportata a lato.

Osservazione

Proveremo che la direzione della catena che regge la seggiola con la verticale per il punto di sospensione non dipende dalla massa della seggiola, né dalla massa del ragazzo che vi è seduto.

- La seggiola descrive un moto circolare uniforme determinato dalla risultante delle forze che agiscono su di essa. Le due forze sono la tensione \vec{T} della catena ed il peso \vec{P} della seggiola. Se supponiamo che sulla seggiola sia già alloggiato il ragazzo ed indichiamo con m la massa complessiva della seggiola e del ragazzo ($m=50\text{Kg}$) la forza risultante è la forza centripeta che determina il moto del sistema seggiola + ragazzo.

$$\vec{T} + \vec{P} = \vec{F}_c.$$

Sia θ l'ampiezza dell'angolo che la direzione della catenella forma con la verticale del luogo.

Indicato con V il modulo della velocità lineare con cui ruota il sistema sussistono le seguenti relazioni

$$T \cdot \sin\theta = F_c = m \cdot \frac{V^2}{r}; \quad T \cdot \cos\theta = P = mg \rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$\text{Quindi,} \quad F_c = m \cdot \frac{V^2}{r} = \frac{mg}{\cos\theta} \cdot \sin\theta \rightarrow \text{tg}\theta = \frac{V^2}{gr},$$

$$\text{da cui} \quad \theta = \text{arctg}\left(\frac{V^2}{gr}\right) = \text{arctg}\left(\frac{(36\text{Km}h^{-1})^2}{9,81\text{ms}^{-2} \cdot 8\text{m}}\right) \approx 51^\circ 50'$$

- Calcolo della tensione della catenella

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{5\text{Kg} \cdot 9,81\text{ms}^{-2}}{\cos(51^\circ 50')} = 794\text{N}$$

