Un blocco scivola su un piano inclinato scabro
Con prosecuzione della corsa su un piano orizzontale liscio

Problema

Si colloca in cima ad un piano scabro, inclinato di 45° rispetto al piano orizzontale, un blocco di legno di 2Kg. Tra le superfici a contatto sussiste un coefficiente di attrito statico μ_s=0,5 ed un coefficiente di attrito dinamico μ_d=0,3.

1) Verificare che il blocco lasciato libero scende lungo il piano.
2) Nell'ipotesi che il piano inclinato sia lungo 76 cm, determinare il modulo della velocità con cui il blocco giunge alla base del piano.
3) Una volta sul piano orizzontale, il blocco prosegue il suo moto su una superficie liscia fino a scontrarsi con una molla, bloccata in un estremo, avente costante elastica k= 200N/m . Determinare la compressione della molla.

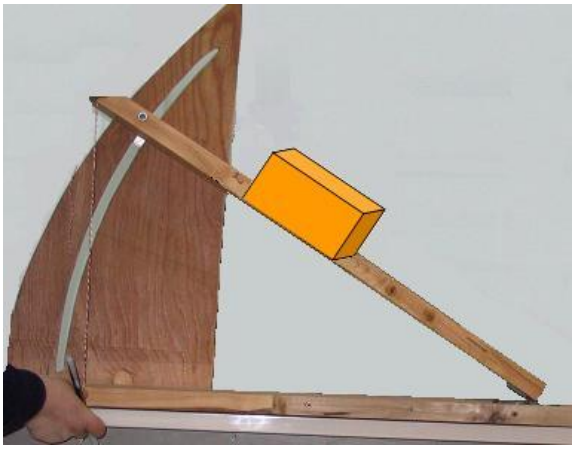


Figura 1-Immagine di laboratorio elaborata.

Elaborazioni

1 Una volta lasciato libero il blocco sul piano inclinato su di esso agisce la forza peso e la reazione $\vec{R}$ vincolare del piano. Il piano è scabro, dunque è in grado di esercitare una forza d'attrito che tende ad ostacolare il moto. Il blocco rimane fermo sul piano inclinato se la componente del peso parallela al piano d'appoggio ha modulo minore o uguale a quello della forza d'attrito. Si chiede di verificare che il blocco si muoverà, quindi occorre provare che risulta: $P_{//}>R_{//}$

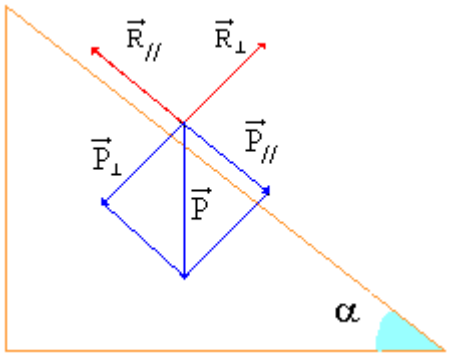


Figura 2-Diagramma delle forze agenti sul blocco quando si trova sul piano inclinato.

Ricordiamo che se il piano è inclinato dell'angolo α rispetto al piano orizzontale allora la componente del peso del blocco parallela al piano d'appoggio ha modulo

$$\left|\vec{P}_{//}\right| = mg \cdot sen\alpha ,$$

mentre il modulo della componente perpendicolare allo stesso piano è

$$\left|\vec{P}_{\perp}\right| = mg \cdot \cos\alpha$$

Il valore massimo della forza d'attrito che si può esercitare tra le superfici a contatto tra il blocco ed il piano si manifesta se il blocco rimane fermo ed è il prodotto del coefficiente di attrito statico con la componente del peso che preme perpendicolarmente sul piano, quindi

$$F_{att.} = \mu_s \cdot \left|\vec{P}_{\perp}\right| = \mu_s \cdot mg \cdot \cos\alpha$$

Calcolo dei valori

$$\left|\vec{P}_{//}\right| = mg \cdot sen45° = 2Kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 13{,}87N$$

$$F_{att.} = \mu_s \cdot mg \cdot \cos 45° = 0{,}5 \cdot 2Kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 6{,}94N$$

Poiché $F_{att}<P_{//}$ il blocco scivolerà lungo il piano.

2 Sul blocco, una volta in moto, lungo la direzione del moto agiscono la forza di attrito dinamico

$$F^d_{att.} = \mu_d \cdot mg \cdot \cos 45°$$

che si oppone al moto ed ancora la componente della forza peso parallela al piano inclinato:

$$\left|\vec{P}_{//}\right| = mg \cdot sen45°$$

L'intensità della forza risultante nel verso del moto è

$$\left|\vec{P}_{//}\right| - F^d_{att.} = mg \cdot sen45° - \mu_d \cdot mg \cdot \cos 45° = (13{,}87 - 4{,}16)N = 9{,}71N$$

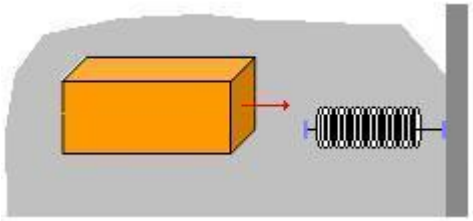
Calcolo della velocità con cui il blocco giunge alla base del piano

Possiamo applicare il **teorema dell'energia cinetica** per determinare la velocità richiesta. Infatti, il lavoro svolto dalla risultante delle forze che agiscono su un corpo in moto è uguale alla variazione dell'energia cinetica che il corpo subisce. Ebbene, visto che il corpo è inizialmente fermo e che la risultante delle forze durante il moto è costante, parallela al piano del moto e diretta nello stesso verso, conoscendo la lunghezza ***l*** del piano inclinato possiamo scrivere:

$\frac{1}{2}mV_f^2 = (P_{//} - F_{att}) \cdot l$ da cui

$$V_f = \sqrt{\frac{2(P_{//} - F_{att}) \cdot l}{m}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}71N \cdot 0{,}76m}{2Kg}}$$

$$\approx 2{,}72\frac{m}{s}$$



3 Poiché il blocco si muove su un piano orizzontale liscio il suo moto sarà rettilineo uniforme finché non si scontrerà con la molla indicata. Arriverà dunque all'impatto con velocità parallela al piano di scorrimento e con energia cinetica pari a

$\frac{1}{2}mV_f^2$.

Durante il processo di compressione della molla l'energia meccanica si trasforma gradualmente da energia di movimento in energia elastica immagazzinata dalla molla. Indicata con Δx la misura della compressione della molla quando il blocco sarà stato arrestato sussiste l'uguaglianza

$$\frac{1}{2}mV_f^2 = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \text{ da cui } \Delta x = V_f \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Sostituendo i valori delle grandezze note si ha

$$\Delta x = 2{,}72\frac{m}{s} \cdot \sqrt{\frac{2Kg}{200Nm^{-1}}} \approx 27{,}2cm$$