

Sul terzo principio della dinamica

Prendere il sole su un materassino

Un uomo ed un bambino stanno prendendo il sole sui rispettivi materassini, fermi rispetto all'acqua, allorché l'uomo decide di spingere con una forza costante il materassino del bambino per due secondi. Il materassino del bambino si muove con accelerazione di $0,24\text{ms}^{-2}$. La massa dell'uomo e del rispettivo materassino è pari al triplo di quella del bambino con il suo materassino. Trascurando la resistenza opposta dall'acqua risolvere i seguenti quesiti.

- 1) Determinare intensità direzione e verso dell'accelerazione subita dall'uomo e dal suo materassino.
- 2) Determinare i moduli delle velocità raggiunte dai due materassini al termine dell'azione della spinta.
- 3) Nell'ipotesi che nell'istante iniziale della spinta i due materassini siano a contatto, determinare la distanza alla quale si trovano al termine della spinta.

Soluzione

Strategia risolutiva

- Dovendo trascurare le forze di attrito esercitate dall'acqua sui materassini possiamo osservare che all'azione \vec{F}_1 esercitata dall'uomo sul sistema materassino+bambino corrisponde la reazione opposta $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ esercitata sul sistema materassino+uomo dal sistema materassino+bambino. Tenendo conto che ogni forza determina sul sistema su cui agisce un'accelerazione legata alla massa dalla **seconda legge della dinamica**, per i due sistemi si avrà $\vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1$ e $\vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2$. Nelle espressioni scritte \vec{a}_1 , \vec{a}_2 rappresentano rispettivamente le accelerazioni con cui si muovono durante l'azione della spinta i due sistemi materassino+bambino, materassino+uomo. Sfruttando **il principio di azione e reazione (terzo principio della dinamica)** e il rapporto tra le masse complessive dei due sistemi si risalirà al modulo dell'accelerazione del sistema materassino+uomo.
- I valori delle velocità finali si determinano tenendo conto che durante l'azione della spinta i due sistemi si muovono di moto uniformemente accelerato e pertanto che il rapporto tra la variazione della velocità subita e la misura dell'intervallo di tempo in cui tale variazione si verifica rappresenta l'accelerazione di ciascun sistema.
- La distanza complessiva alla quale si troveranno i due materassini sarà data dalla somma degli spostamenti subiti dai singoli sistemi, che si muovono nella stessa direzione ma in versi opposti. Ciascuno spostamento si potrà determinare tenendo conto della legge oraria della posizione nel moto uniformemente accelerato.

Elaborazioni

- 1) Tenendo conto dei simboli introdotti e dalla relazione $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ si deduce l'uguaglianza vettoriale

$$m_2 \vec{a}_2 = -m_1 \vec{a}_1 \quad (1)$$

I vettori accelerazione dei due sistemi sono paralleli ma hanno versi opposti. I loro moduli sono legati dalla relazione

$$m_2 a_2 = m_1 a_1 \quad (1.1)$$

ed è noto che $a_1 = 0,24 \frac{m}{s^2}$.



Teniamo ora presente che le masse complessive dei due sistemi sono legate dalla relazione

$$m_2 = 3m_1 \quad (2)$$

per cui dalla (1.1) otteniamo $3m_1 a_2 = m_1 a_1$, da cui $a_2 = \frac{1}{3} a_1 = \frac{1}{3} \cdot 0,24 \frac{m}{s^2} = 0,08 \frac{m}{s^2}$

(accelerazione del sistema materassino+uomo)

- 2) Siano V_1, V_2 i moduli delle velocità raggiunte dai due materassini al termine dell'azione della forza applicata dall'uomo, quindi dopo $\Delta t = 2s$.

Poiché il moto di ciascun sistema è uniformemente accelerato, perché è sottoposto all'azione di una forza costante, e sappiamo che ciascuna velocità iniziale rispetto all'acqua è nulla, possiamo determinare i moduli delle velocità finali come segue:

$$V_1 = a_1 \cdot \Delta t = 0,24 \frac{m}{s^2} \cdot 2s = 0,48 \frac{m}{s} \quad (\text{velocità del sistema materassino+bambino});$$

$$V_2 = a_2 \cdot \Delta t = 0,08 \frac{m}{s^2} \cdot 2s = 0,16 \frac{m}{s} \quad (\text{velocità del sistema materassino+uomo})$$

- 3) Gli spostamenti $\Delta S_1, \Delta S_2$ subiti rispettivamente dai due sistemi materassino+bambino e materassino+uomo si determinano tenendo conto della legge oraria della posizione di un **punto materiale** che si muove con accelerazione costante a . In un riferimento spaziotemporale in cui si sia adottato un asse orientato disposto parallelamente alla direzione del moto dei due sistemi meccanici, che si sia assunto come istante iniziale $t=0s$, se l'origine dell'asse coincide con la posizione iniziale del punto materiale, nel caso in cui questo abbia velocità iniziale nulla e si muova successivamente nel verso delle ascisse positive, la legge oraria dell'ascissa occupata nell'istante t è $x(t) = \frac{1}{2} at^2$.

Nei due casi in esame si ha:

$$\Delta S_1 = \frac{1}{2} a_1 (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,24 \frac{m}{s^2} \cdot (2s)^2 = 0,48m; \quad \Delta S_2 = \frac{1}{2} a_2 (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,08 \frac{m}{s^2} \cdot (2s)^2 = 0,16m.$$

La distanza alla quale si troveranno i due materassini al termine della spinta è:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = (0,48 + 0,16)m = 0,64m$$