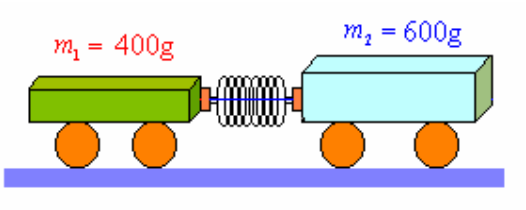
Problema per il biennio/ Livello di difficoltà: medio

Temi: Conservazione dell'energia meccanica, energia elastica

Problema

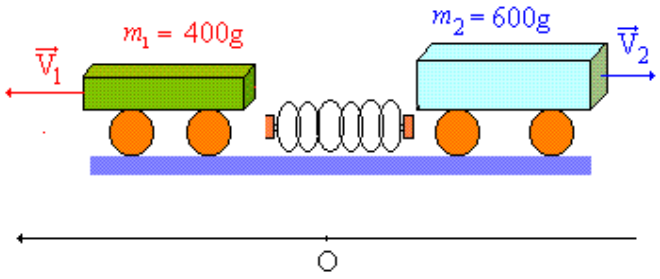
Due carrelli di massa m_1=400g ed m_2=600g sono a contatto con i due estremi di una molla compressa avente costante elastica k=200N/m. La molla è di massa trascurabile ed è compressa grazie ad un filo che ne blocca gli estremi. Il sistema dei due carrelli e della molla è fermo. Liberando la molla il carrello di massa minore parte con velocità di 9m/s.



1. Determinare modulo, direzione e verso della velocità con cui parte il secondo carrello.
2. Determinare la misura della compressione della molla.

Soluzione

1. Prima che sia liberata la molla il sistema meccanico composto dalla molla e dai due carrelli è fermo, dunque la sua quantità di moto è nulla. Il sistema meccanico è isolato e per il principio di conservazione della quantità di moto la quantità di moto sarà nulla anche quando la molla sarà stata liberata e si sarà espansa. Dette $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ le velocità acquistate dai carrelli con l'esplosione della molla, sussiste l'uguaglianza



$$m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = 0\,; \qquad (1)$$

proiettando la (1) su un asse di riferimento parallelo alla direzione del moto dei due carrelli ed orientato nel verso in cui si muove il carrello n.1 si ha la seguente forma scalare

$$m_1V_1 - m_2V_2 = 0$$

dalla quale si ricava

$$V_2 = \frac{m_1V_1}{m_2} \Rightarrow V_2 = \frac{400g \cdot 9ms^{-1}}{600g} = 6\frac{m}{s} \qquad (2)$$

Il carrello n.2 si muove nella stessa direzione del carrello n.1 ma in verso opposto.

2. Durante l'esplosione della molla le uniche forze che agiscono sono quelle elastiche esercitate dalla molla sui due carrelli. Si tratta di forze conservative, perciò si conserva l'energia meccanica che durante l'esplosione si trasforma da potenziale elastica della molla in energia cinetica dei due carrelli. L'energia elastica immagazzinata dalla molla è dunque uguale alla somma delle energie cinetiche dei due carrelli:

$$U_{elast.} = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 \qquad (3)$$

D'altra parte, detta Δx la misura della compressione della molla quando il sistema meccanico era fermo, sappiamo che l'espressione dell'energia elastica potenziale è

$$U_{elast.} = \frac{1}{2}k\left(\Delta x\right)^2 \qquad (4)$$

Uguagliando le espressioni (3) e (4) dell'energia potenziale elastica si ottiene un'equazione dalla quale si ricava il valore Δx.

$$\frac{1}{2}k\left(\Delta x\right)^2 = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 \qquad (5)$$

Liberando la (5) dai denominatori e tenendo conto della relazione (2) tra i moduli delle velocità $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ si ha

$$k\left(\Delta x\right)^2 = m_1V_1^2 + m_2\left(\frac{m_1V_1}{m_2}\right)^2 \Rightarrow \Delta x = V_1\sqrt{\frac{m_1(m_1+m_2)}{k\cdot m_2}};$$

infine, sostituendo i valori noti alle grandezze, otteniamo:

$$\Delta x = 9\frac{m}{s}\cdot\sqrt{\frac{0,4Kg\cdot(0,4+0,6)Kg}{200Nm^{-1}\cdot 0,6Kg}} \simeq 52cm$$

Conclusione- La molla inizialmente era compressa di circa 52cm.