Cinematica

(operazioni con i vettori)

Un elicottero effettua un giro di perlustrazione partendo dalla località O e seguendo la direzione Est - 60° Nord punta alla località A volando per 4 minuti; successivamente si dirige verso Est puntando alla località B che raggiunge dopo 3 minuti, infine, segue la direzione Est-30° Sud puntando alla località C dove giunge dopo 2,5 minuti. Il modulo della velocità scalare rispetto al suolo è di 120 Km/h e nel corso del volo l'elicottero si mantiene alla stessa altezza rispetto al piano del suolo.

1. Adottando un opportuno sistema di coordinate cartesiane xOy determinare le coordinate delle località A, B, C.
2. Determinare il vettore spostamento subito dall'elicottero nel volo da O verso C.
3. Determinare il modulo della velocità media vettoriale dell'elicottero durante tutto il volo.
4. Rappresentare nel piano cartesiano xOy i punti A, B, C, gli spostamenti parziali e quello complessivo dell'elicottero durante il volo.

Soluzione

1. L'elicottero nel suo moto segue una traiettoria composta da tre segmenti: OA, AB, BC. Per la descrizione del moto adottiamo il sistema di coordinate cartesiane xOy avente l'origine coincidente con il punto di partenza dell'elicottero (località O); come asse x si sceglie l'asse Ovest-Est, puntando verso Est, come asse y, l'asse Sud-Nord, puntando verso Nord.
   Con le caratteristiche indicate per il volo, poniamo v=129Km/h; possiamo determinare le misure delle distanze OA, AB, BC osservando che
   $$\overline{OA} = v \cdot 4\min = 120\frac{Km}{h} \cdot \frac{4}{60} \cdot h = 8Km;$$
   $$\overline{AB} = v \cdot 3\min = 120\frac{Km}{h} \cdot \frac{3}{60} \cdot h = 6Km;$$
   $$\overline{BC} = v \cdot 2{,}5\min = 120\frac{Km}{h} \cdot \frac{2{,}5}{60} \cdot h = 5Km.$$
   Coordinate cartesiane delle località A, B, C
   Nel sistema di coordinate cartesiane adottiamo come unità di misura il chilometro per la rappresentazione delle distanze.
   Il vettore $\overrightarrow{OA}$ forma con la direzione positiva delle ascisse un angolo di 60° e la sua espressione cartesiana è
   $$\overrightarrow{OA} = \overline{OA} \cdot \cos 60° \vec{i} + \overline{OA} \cdot sen 60° \vec{j} = 4\vec{i} + 4\sqrt{3}\,\vec{j}$$
   Le coordinate della località A sono $A\left(4; 4\sqrt{3}\right)$
   Le coordinate di B sono: $x_B = x_A + 6Km = 10Km$, $y_B = y_A = 4\sqrt{3}Km \Rightarrow B\left(10; 4\sqrt{3}\right)$
   Coordinate di C
   Osserviamo che il vettore $\overrightarrow{BC}$ forma con la direzione positiva dell'asse delle ascisse un angolo di 330° e quindi la sua espressione cartesiana è
   $$\overrightarrow{BC} = \overline{BC} \cdot \cos 330° \vec{i} + \overline{BC} \cdot sen 330° \vec{j} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{5}{2}\vec{j}$$
   Le coordinate di C sono:
   $$x_C = x_B + \overrightarrow{BC}_x = \left(10 + \frac{5\sqrt{3}}{2}\right)Km \approx 14{,}33Km$$
   $$y_C = y_B + \overrightarrow{BC}_y = \left(4\sqrt{3} - \frac{5}{2}\right)Km \approx 4{,}43Km$$
2. Lo spostamento dell'elicottero nel volo da O a C è dato dal vettore

$$\overrightarrow{OC}=\left(10+\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)\vec{i}+\left(4\sqrt{3}-\frac{5}{2}\right)\vec{j}$$

il cui modulo è $\left|\overrightarrow{OC}\right|=\sqrt{\left(10+\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(4\sqrt{3}-\frac{5}{2}\right)^2}\ Km\approx 15,0Km$

3. Per definizione la velocità vettoriale media dell'elicottero durante il moto indicato è il rapporto tra il vettore spostamento ed il tempo impiegato, quindi
   $\vec{V}_m=\frac{\overrightarrow{\Delta s}}{\Delta t}=\frac{\overrightarrow{OC}}{\Delta t}$
   Il modulo di questo vettore è perciò espresso dal rapporto tra il modulo del vettore spostamento ed il tempo impiegato per il volo.
   $\left|\vec{V}_m\right|=\frac{15,0Km}{(4+3+2,5)\min}$
   $=\frac{15\cdot 10^3 m}{9,5\cdot 60s}\approx 26,32\frac{m}{s}$
4. Gli spostamenti dell'elicottero sono rappresentati nella figura Fig.1

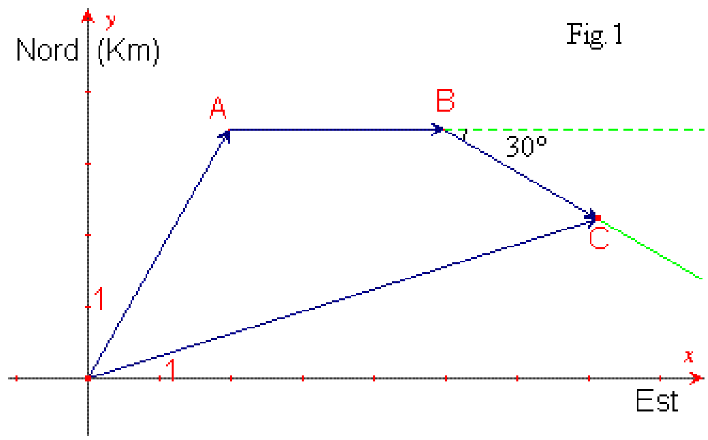

Fig. 1