

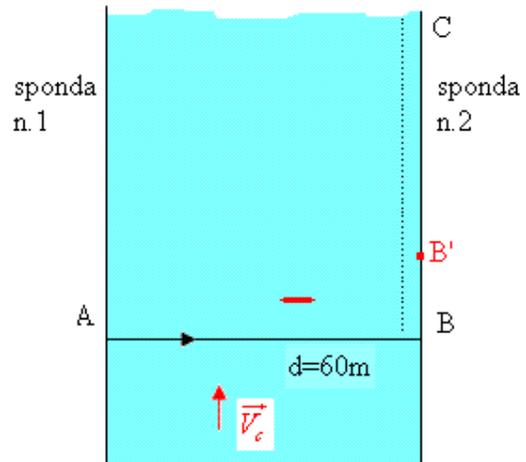
PROBLEMA

(sui moti relativi nel piano)

Un canoista si muove con velocità di 2m/s rispetto all'acqua di un fiume nel quale si esercita. L'acqua del fiume scorre con velocità di $V_c=0,4m/s$. Il canoista parte dalla posizione A della sponda n.1 e si dirige verso la sponda opposta puntando perpendicolarmente alla direzione delle sponde (verso B in figura).

Il fiume è largo 60m.

1. Determinare la distanza del punto B' dal punto B in cui arriva il canoista al termine della traversata del fiume ed il tempo impiegato per la traversata.
2. Arrivato in B' decide di muoversi parallelamente alla sponda per un tratto di 300m nel verso della corrente del fiume e successivamente di risalire fino a portarsi nella posizione B. Determinare l'intervallo di tempo complessivo durante il quale il canoista si muove parallelamente alla corrente del fiume.
3. Una volta tornato in B vuole attraversare il fiume per riportarsi in A ed orienta la prua della canoa in modo che il suo moto rispetto alle sponde avvenga lungo il segmento BA. Determinare il modulo della velocità assoluta e la direzione verso cui deve puntare durante questa fase. Determinare il tempo necessario per questa seconda traversata del fiume.
4. Quanti metri il canoista ha coperto nel corso dell'allenamento?



Soluzione

1. Durante tutta l'esercitazione del canoista la canoa si sposta con velocità di modulo $V_r=2ms^{-1}$ rispetto all'acqua, ma subisce anche il trascinarsi della corrente dell'acqua del fiume. Indicando con

- \vec{V}_r la velocità del canoista rispetto all'acqua,
- \vec{V}_c la velocità della corrente rispetto alle sponde del fiume,
- \vec{V}_a la velocità (assoluta) del canoista

rispetto alle sponde, durante tutta l'esercitazione sussiste la seguente relazione vettoriale

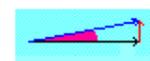
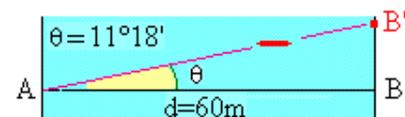
$$\vec{V}_a = \vec{V}_c + \vec{V}_r \quad (1)$$

Nella traversata dalla sponda n.1 alla sponda n.2 la velocità relativa del canoista rispetto all'acqua e la velocità della corrente rispetto alle sponde sono tra loro ortogonali. Ne segue che la velocità assoluta del canoista rispetto alle sponde ha modulo

$$V_a = \sqrt{V_c^2 + V_r^2} = \sqrt{0,4^2 + 2^2} \frac{m}{s} \approx 2,04 \frac{m}{s}$$

Il vettore velocità assoluta \vec{V}_a durante la traversata forma con la direzione della retta AB un angolo θ per il quale risulta

Prima traversata del fiume



Composizione delle velocità

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_c$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V_c}{V_r} = \frac{0,4 \text{ms}^{-1}}{2 \text{ms}^{-1}} = 0,2 \Rightarrow \theta = \operatorname{arctg}(0,2) \approx 11^\circ 18'$$

ed il canoista approderà nella posizione B' della sponda n.2 . Il triangolo rettangolo ABB' è simile al triangolo formato dai vettori velocità $\vec{V}_r, \vec{V}_c, \vec{V}_a$ e dunque sussiste l'uguaglianza

$$\overline{BB'} = \overline{AB} \cdot \operatorname{tg} \theta = \overline{AB} \cdot \frac{V_c}{V_r} = 60 \text{m} \cdot 0,2 = 12 \text{m}$$

Il canoista approda dunque 12m a valle (cioè nel verso della corrente) del punto B.

Tempo per la traversata

Il tempo necessario per la traversata si può determinare in due modi.

- **Primo metodo**

La distanza della canoa dalla sponda n.1 è data dal prodotto del modulo della velocità relativa all'acqua per il tempo trascorso dall'inizio del moto. Pertanto, il tempo necessario per la traversata è

$$\Delta t_1 = \frac{d}{V_r} = \frac{60 \text{m}}{2 \text{ms}^{-1}} = 30 \text{s}$$

- **Secondo modo**

Considerato che durante la traversata lo spostamento subito dal canoista è dato dal vettore $\overline{AB'}$, si può determinare il tempo necessario con il rapporto tra il modulo di questo vettore ed il modulo della velocità assoluta del canoista.

$$|\overline{AB'}| = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BB'}^2} = \sqrt{60^2 + 12^2} \text{m} \approx 61,19 \text{m}$$

$$\Delta t_1 = \frac{|\overline{AB'}|}{V_a} = \frac{61,19 \text{m}}{2,04 \text{ms}^{-1}} = 30 \text{s}.$$

2. Spostamento a valle del fiume

Quando il canoista si muove parallelamente alle sponde concordemente alla velocità della corrente dell'acqua il modulo della sua velocità (assoluta) rispetto alle sponde è

$$V_a = V_c + V_r = (2 + 0,4) \text{ms}^{-1} = 2,4 \text{ms}^{-1}$$

e dunque per spostarsi di 300m impiegherà

$$\Delta t_2 = \frac{300 \text{m}}{2,4 \text{ms}^{-1}} = 125,0 \text{s}$$

Risalita a monte del fiume

In questa fase il canoista si muove rispetto alle sponde solo di $1,6 \text{ms}^{-1}$ perché la sua velocità relativa all'acqua è parallela ma ha verso discorde alla velocità della corrente. Il tratto di fiume da coprire è lungo 312m e dunque impiegherà un tempo pari a

$$\Delta t_3 = \frac{312 \text{m}}{1,6 \text{ms}^{-1}} = 195,0 \text{s}$$

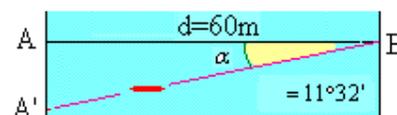
Tempo complessivo del moto parallelamente alle sponde

Il tempo complessivo in cui il canoista si muove parallelamente alle sponde è

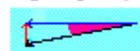
$$\Delta t_2 + \Delta t_3 = (125 + 195) \text{s} = 320 \text{s}$$

- 3. Affinché il canoista possa muoversi lungo la direzione BA è necessario che punti con la prua della canoa in una direzione a monte del fiume tale che la somma vettoriale della velocità relativa all'acqua con la velocità della corrente dia il vettore

Seconda traversata del fiume



$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_c$$



Composizione delle velocità

velocità assoluta avente la direzione del vettore \overline{BA} . La direzione verso la quale deve puntare la prua è indicata in figura con A' e forma con la direzione BA l'angolo α per cui si verifica

$$\text{sen}\alpha = \frac{V_c}{V_r} = \frac{0,4\text{ms}^{-1}}{2\text{ms}^{-1}} = 0,2 \Rightarrow \alpha = \arcsen(0,2) \approx 11^\circ 32'$$

Il modulo della velocità del canoista rispetto alle sponde durante questa seconda traversata del fiume è

$$V_a = \sqrt{V_r^2 - V_c^2} = \sqrt{2^2 - 0,4^2}\text{ms}^{-1} \approx 1,96\text{ms}^{-1}$$

Tempo per la traversata

$$\Delta t_4 = \frac{d}{V_a} = \frac{60\text{m}}{1,96\text{ms}^{-1}} = 30,6\text{s}$$

4. La lunghezza totale del percorso effettuato dal canoista durante l'allenamento è $(61,19+300+312+60)\text{m}=733,19\text{m}$