

Cinematica

Due problemi sul moto rettilineo con accelerazione costante

Problema1 (Una frenata in una gara di motoGP)

Nel corso di una gara il pilota di una moto procede alla velocità di 330 km/h e in prossimità di una curva frena per ridurre la velocità a 120 km/h. La frenata è uniforme e dura cinque secondi. Determinare la distanza percorsa dal motociclista durante la frenata.

Problema2 (Una chiave lanciata lungo la verticale dalla terrazza di una palazzina)

Carmelina abita al quarto piano di una palazzina e deve fornire la chiave del portone di accesso al figlio (Giovanni) che si trova alla base della palazzina. Getta la chiave lungo la verticale imprimendole la velocità di 2m/s. La chiave giunge al suolo dopo 1,2s. Calcolare l'altezza del punto di lancio rispetto alla strada sottostante ed il modulo della velocità con cui la chiave tocca il suolo.

Elaborazioni

Risoluzione del problema1

Per la descrizione del moto adottiamo un asse per le ascisse orientato nel verso del moto, con la posizione del motociclista nell'origine del sistema di riferimento e assumiamo come istante iniziale $t=0s$ quello in cui ha inizio la frenata.

Osserviamo che durante la frenata il moto, che si suppone rettilineo, è uniformemente decelerato. Indicando con V_i il modulo della velocità iniziale e V_f quello della velocità finale, conoscendo il tempo di frenata, si può determinare il valore della decelerazione.

Per definizione la decelerazione media è data dal rapporto fra la variazione della velocità e il tempo in cui la stessa si verifica. Nel caso del moto considerato è stato precisato che "la frenata è uniforme", perciò il valore della decelerazione media coincide anche con quello della decelerazione istantanea. Con notazione vettoriale risulta:

$$\vec{a} = \frac{\vec{V}_f - \vec{V}_i}{\Delta t}; \quad (1)$$

con notazione scalare

$$a = \frac{V_f - V_i}{\Delta t} = \frac{120Km/h - 330Km/h}{5s} = \frac{-210Km/h}{5s} = \frac{-42Km/h}{s} \quad (1.1)$$

Riducendo l'unità di misura dell'accelerazione al m/s^2 si ottiene:

$$a = -42 \cdot \frac{1000m}{3600s} \cdot \frac{1}{s} \approx -11,67 \frac{m}{s^2}$$

Osservazione - Si noti che il valore scalare dell'accelerazione è negativo perché il modulo della velocità diminuisce durante la frenata e ciò è in accordo con il fatto che il vettore accelerazione durante la frenata ha verso opposto a quello del moto, che coincide con il verso positivo dell'asse di riferimento adottato.

Calcolo dello spazio di frenata

Ricordiamo che per un moto rettilineo con decelerazione costante, detti a il modulo della decelerazione e V_0 quello della velocità iniziale, nel sistema di riferimento spazio-temporale adottato la legge oraria della posizione istante per istante è espressa da:

$$x(t) = -\frac{1}{2}at^2 + V_0 \cdot t, \quad (2)$$

nella quale $a = 11,67 \frac{m}{s^2}$ e $V_0 = 330 \frac{Km}{h} = (330:3,6) \frac{m}{s} \approx 91,67 \frac{m}{s}$.

Per calcolare lo spazio di frenata basta sostituire nella legge oraria del moto i valori delle grandezze note: l'accelerazione, la velocità iniziale e il tempo di frenata. Si ottiene:

$$x(t=5s) = -\frac{1}{2} \cdot 11,67 \frac{m}{s^2} \cdot (5s)^2 + 91,67 \frac{m}{s} \cdot 5s = -\frac{1}{2} \cdot 11,67 \cdot 25 \frac{m}{s^2} \cdot s^2 + 458,35m \approx 312,47m.$$

*** **

Risoluzione del Problema2

Per la descrizione del moto adottiamo come sistema di riferimento spazio-temporale uno idoneo dal punto di vista di Giovanni: un asse (y) verticale orientato verso l'alto, con origine sul suolo della strada e come istante di lancio della chiave $t=0s$. (Figura 1).

La velocità iniziale della chiave è il vettore $\vec{V}_0 = -2 \left(\frac{m}{s} \right) y$.

Durante il moto la chiave (punto materiale) è sottoposta all'accelerazione di gravità \vec{g} , avente modulo $9,81m/s^2$, la cui espressione è:

$$\vec{g} = -9,81 \left(\frac{m}{s^2} \right) y.$$

Nel sistema di riferimento adottato la legge oraria del punto materiale rappresentato dalla chiave in caduta è la seguente: $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 - V_0 \cdot t + h$.

In virtù delle informazioni iniziali la precedente legge assume la seguente forma:

$$y(t) = -\frac{9,81}{2} \left(\frac{m}{s^2} \right) t^2 - 2 \left(\frac{m}{s} \right) \cdot t + h$$

Si deve determinare l'altezza dalla quale è stata lanciata la chiave e a questo scopo è sufficiente osservare che nell'istante in cui la chiave tocca il suolo della strada l'ordinata del punto materiale è uguale a zero. Pertanto, sostituendo nella legge oraria alla variabile t il valore $1,2s$, valore fornito dal testo, che

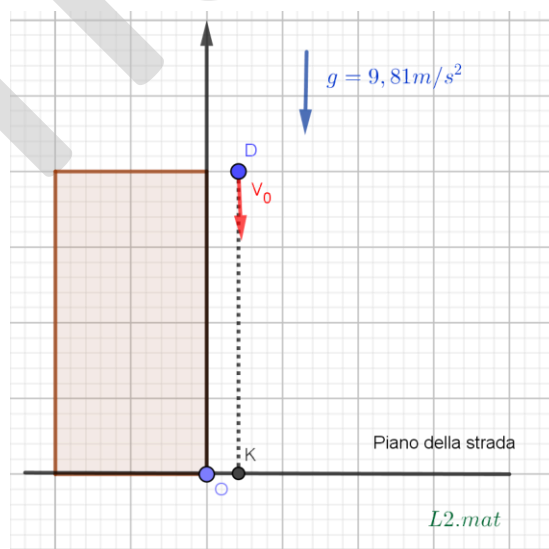


Figura 1

rappresenta la durata del moto, e uguagliando a zero il valore dell'espressione, si ottiene un'equazione nell'incognita h, risolvendo la quale si determina l'altezza richiesta.

$$-\frac{9,81}{2}\left(\frac{m}{s^2}\right)t^2 - 2\left(\frac{m}{s}\right) \cdot t + h = 0 \rightarrow h = \frac{9,81}{2}\left(\frac{m}{s^2}\right) \cdot 1,44 s^2 + 2\left(\frac{m}{s}\right) \cdot (1,2 s) = \left(\frac{9,81}{2} \cdot 1,44 + 2,4\right) m \approx 9,46 m$$

Calcolo della velocità di impatto della chiave con il suolo

La legge oraria della componente scalare della velocità della chiave mentre scende valutata rispetto all'asse di riferimento adottato è la seguente:

$$V(t) = -gt - V_0.$$

Per ottenere il valore della finale della componente scalare della velocità nell'impatto con il suolo basta porre nella legge $t = 1,2s$. Si ha:

$$V(t = 1,2s) = -9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1,2s - 2 \frac{m}{s} \approx -9,77 \frac{m}{s}.$$

Quindi, il modulo della velocità di impatto della chiave con il suolo è $V = 9,77 m/s = 35,17 Km/h$.