Centro di Massa di un Sistema di due Particelle Puntiformi

Applicazione dell'algebra lineare

Problema

Date due masse puntiformi m_1, m_2, collocate nei punti P_1, P_2, e detti $\vec{r_1}, \vec{r_2}$ i rispettivi vettori di posizione, indicato con C il loro centro di massa, definito da

$$\vec{r_C} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2}}{m_1 + m_2} \qquad (1)$$

dimostrare che il punto C appartiene al segmento P_1P_2.

Guida

Premessa

Le due masse puntiformi m_1, m_2, come grandezze scalari sono positive e occupano "idealmente" nello spazio fisico i due punti P_1, P_2. Anche il centro di massa del sistema formato dalle due particelle, e in genere il centro di massa di un qualsiasi sistema di n particelle (o di un corpo qualsiasi), è un punto ideale dello spazio. Nel caso specifico la posizione del centro C di massa delle due particelle è definito dalla relazione (1), nella quale i vettori sono riferiti ad un ben preciso sistema di riferimento nello spazio fisico. Per dimostrare che il centro di massa C appartiene al segmento P_1P_2 consideriamo un punto qualsiasi O non appartenente alla retta $[P_1; P_2]$ e il piano α contenente O e detta retta, quindi fissiamo in esso il sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy, con i versori associati ai due assi x, y, rispettivamente $\vec{i}, \vec{j}$. Proveremo che il punto C appartiene al segmento P_1P_2 dimostrando le due seguenti proprietà:

1. il vettore $\overrightarrow{P_1C}$ è parallelo al vettore $\overrightarrow{P_1P_2}$;
2. il punto C ha ascissa compresa tra l'ascissa di P_1 e l'ascissa di P_2; analogamente C ha ordinata compresa tra l'ordinata di P_1 e l'ordinata di P_2.

Dimostrazione

…

Espressione del vettore $\overrightarrow{P_1P_2}$ …

Espressione del vettore $\overrightarrow{P_1C}$ …

…

Ricordiamo ora che due **vettori** $\vec{u}, \vec{v}$ sono **paralleli** …

…