

Moto vario nel piano

Problema

Un motoscafo si muove con velocità di 30Km/h in direzione Nord. Il Pilota decide di cambiare direzione e puntare verso Nord-30°-Est. Il cambio di direzione avviene in 5s e il nuovo moto avviene con velocità costante di 36Km/h.

Determinare l'accelerazione vettoriale media che ha caratterizzato il moto durante il cambio di direzione e rappresentare in un opportuno riferimento cartesiano i vettori delle due velocità.

Elaborazioni

Nel piano orizzontale ideale rappresentato dalla superficie dell'acqua adottiamo un riferimento cartesiano xOy, con l'asse delle ascisse orientato verso Est e l'asse delle ordinate orientato verso Nord; immaginiamo che nell'istante in cui il motoscafo inizia la virata (manovra del cambio di direzione e di velocità) si trovi in un punto P₁ dell'asse y.

Indichiamo con $\vec{V}_1$ la velocità posseduta dal motoscafo prima dell'inizio della virata:

$$\vec{V}_1 = 30 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \vec{j} \quad (1)$$

Il vettore della velocità $\vec{V}_2$ posseduta dal motoscafo a conclusione della virata forma con il semiasse positivo delle ascisse un angolo di 60° per cui la sua espressione cartesiana è

$$\begin{aligned} \vec{V}_2 &= 36 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot (\cos 60^\circ \vec{i} + \sin 60^\circ \vec{j}) = \\ 36 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \left(\frac{1}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right) &= 18 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot (\vec{i} + \sqrt{3} \vec{j}) \quad (2) \end{aligned}$$

Tenendo conto delle espressioni delle due velocità, ed essendo $\Delta t = 5\text{s}$, per definizione il vettore accelerazione media che caratterizza il moto nel cambio di direzione è

$$\begin{aligned} \vec{a}_m &= \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t} = \frac{1}{5\text{s}} \left(18 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot (\vec{i} + \sqrt{3} \vec{j}) - 30 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \vec{j} \right) = \\ \frac{1}{5\text{s}} \left(18\vec{i} + (18\sqrt{3} - 30) \vec{j} \right) \cdot \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} &= \left(\vec{i} + \left(\sqrt{3} - \frac{5}{3} \right) \vec{j} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx (\vec{i} + 0,0654 \vec{j}) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

Il modulo dell'accelerazione media è $|\vec{a}_m| = \sqrt{1 + 0,0654^2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,00 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

